الثانية علوم فيزيائية	فرض رقم 2	2017-16

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n}{2+U_n} \end{cases}$

1.5 ن — 1- تحقق أن $U_{n+1} = 4 - \dfrac{8}{2+U_n}$ ثم بين أن $U_n > 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

1 ن — 2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = 1 - \dfrac{2}{U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1.5 ن — أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{2}$ و أحسب V_n بدلالة n

1.5 ن — ب- بين أن $U_n = \dfrac{6}{3-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني :

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2-U_n} \end{cases}$

1 ن — 1- بين أن $U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

1 ن — 2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{2}{1-U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1.5 ن — أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$ و أحسب V_n بدلالة n

1.5 ن — ب- استنتج أن $U_n = \dfrac{2n-1}{2n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x) = x\sqrt{x^2-1}$

1.5 ن — 1) أ) حدد D_f و ادرس زوجية الدالة f

1.5 ن — ب) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

1 ن — 2) بين أن $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \dfrac{x(x+1)}{\sqrt{x^2-1}}$ $(\forall x > 1)$ ثم أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0 = 1$

2 ن — 3) بين أن $(\forall x \in]1,+\infty[)$ $f'(x) = \dfrac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f

4) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I = [1,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

1.5 ن — أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا مجموعة تعريفها

1.5 ن — ب- حل المعادلة $g(x) = x$ ثم بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة $b = \sqrt{2}$ و أن $\left(g^{-1}\right)'\left(\sqrt{2}\right) = \dfrac{1}{3}$