التمرين الأول

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2} \\ U_0 = 3 \end{cases}$

1. بين أن $U_n > 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$
2. بين ان $U_n - U_{n+1} = \dfrac{(U_n - 2)(U_n + 1)}{U_n + 2}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ ثم أدرس رتابة $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ماذا تستنتج ؟
3. نضع $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n + 1}$ لكل عدد n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{4}$

ب) أحسب V_n بدلالة n و بين ان $U_n = \dfrac{(2\times 4^{n+1}) + 1}{4^{n+1} - 1}$ ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي : $f(x) = \left(x\sqrt{x} - 1\right)^2$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ و أعط تاويلا هندسيا للنتيجة

2. بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{f(x) - 1}{x} = 0$ و أول النتيجة هندسيا
3. بين أن $f'(x) = 3\sqrt{x}\left(x\sqrt{x} - 1\right)$ $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$ ثم أعط جدول التغيرات
4. أ) بين أن : $(\forall x > 0) : f''(x) = \dfrac{3\left(4x\sqrt{x} - 1\right)}{2\sqrt{x}}$

ب) أدرس تقعر المنحنى (C_f) وبين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف في $a = \sqrt[3]{\dfrac{1}{16}}$

5. بين أن المعادلة $f(x) = x$ تتقبل في المجال $[0,1]$ حلا وحيدا α و بين ان $\sqrt{\alpha} = \dfrac{1}{1+\alpha}$
6. أنشئ المنحنى (C_f)
7. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I = [0,1]$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J