

الأعداد العقدية

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

نعتبر في المجموعة العقدية \mathbb{C} المعادلة $(E): z^2 - 4z + 5 = 0$

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة (E)

(2) ليكن u حل المعادلة (E) الذي يحقق $\text{Im}(u) > 0$

اكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين $1-u$ و $1-\bar{u}$

(3) ليكن A و B و C ثلاث نقاط من المستوى العقدي التي أحاطها على التوالي 1 و u و \bar{u}

ببأنه النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A و قياس زاويته $\frac{\pi}{2}$

1

1.5

1.5

المتتاليات العددية

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)_n$ و $(v_n)_n$ بحيث:

$$\begin{cases} v_{n+1} = 2v_n + 3 & ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ v_0 = -4 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3 & ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

(1) بيبه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \geq 0$ و استنتج أنه المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية قطعاً .

(2) بيبه أنه $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = -4 - \frac{u_n}{3}$ و بيبه أنه المتتالية $(v_n)_n$ تناقصية قطعاً

(3) نضع $w_n = u_n + 3$

(أ) بيبه أنه المتتالية هندسية محددا عناصرها

(ب) استنتج أنه $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = 3(2^n - 1)$

(4) حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{v_n}{u_n}$

1

1.5

0.5

1

1

دراسة دالة

ليكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = x - 1 + 3e^{-x} - e^{-2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بيبه أنه $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و ضع $t = -x$

(2) أ- بيبه أنه الدالة f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و أنه $(\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) = (e^{-x} - 1)(2e^{-x} - 1)$

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(3) بيبه أنه المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في \mathbb{R} و أنه $-\ln 3 < \alpha < 0$

(4) أ- ادرس الفرج الانعكاسي للمنحنى (C) جوار $-\infty$

ب- بيبه أنه المستقيم (D) ذي المعادلة الديكارتية $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $+\infty$

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (D)

(5) أ- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C)

ب- أنشئ (D) و (C)

(6) احسب S ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمتين (D) و $x = 0$ و $x = -\ln 3$

1.5

1.5

1.5

1

0.5

0.5

1

0.5

1.5

1