فرض محروس رقم 2

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2+\frac{4}{\sqrt{x}+1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $\left(\forall x\in\left]0,+\infty\right[\right)\quad f'(x)=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+3\sqrt{x}+4\right)}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$

ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ U_{n+1}=\frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

1- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0<U_n<1$

(لاحظ أن $U_{n+1}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{2U_n+1}\right)$)

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n=1-\frac{1}{U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ و أحسب V_0

ب- استنتج أن $U_n=\frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

فرض محروس رقم 2

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2+\frac{4}{\sqrt{x}+1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $\left(\forall x\in\left]0,+\infty\right[\right)\quad f'(x)=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+3\sqrt{x}+4\right)}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$

ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ U_{n+1}=\frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

1- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0<U_n<1$

(لاحظ أن $U_{n+1}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{2U_n+1}\right)$)

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n=1-\frac{1}{U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ و أحسب V_0

ب- استنتج أن $U_n=\frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$