الثانية علوم	فرض رقم2	2014-13

الجزء (1)

لتكن g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-1-\ln x$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ- أحسب المشتقة $g'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0 \quad (\forall x>0)$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $x>0 \quad ; \quad f(x)=x^2-2x\ln x$ و $f(0)=0$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين 0

ب- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ و أعط تاويلا هندسيا للنتيجة

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ- بين أن $f'(x)=2g(x) \quad (\forall x>0)$

ب- أحسب $f'(1)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أ- تحقق أن $f(x)-x=x\left(g(x)-\ln x\right) \quad (\forall x>0)$

ب- استنتج ان المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم $(\Delta)\, y=x$ على المجال $]0,1]$

ج- أسم المنحنى (C_f) (ناخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

5) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده و أسم منحناها في المعلم السابق

6) ليكن α من المجال $]0,1[$.

$A(\alpha)$ الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ، محور الأفاصيل و المستقيمين $x=\alpha$ و $x=1$

أ- بين ان الدالة $H(x)=x^2\ln x-\frac{1}{2}x^2$ هي دالة أصلية للدالة $h(x)=2x\ln x$ و أحسب $\int_{\alpha}^{1}2x\ln x\,dx$

ب- استنتج $S(\alpha)$ مساحة الحيز $A(\alpha)$ ثم أحسب $\lim\limits_{\substack{\alpha\to0\\\alpha>0}} S(\alpha)$

الجزء (3)

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1) بين أن $0<U_n\leq 1 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=1$