التمرين الأول: نعتبر في الفضاء المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	3,25 ن
النقط: $\Omega(-1,1,2)$ و $A(2,2,4)$ و $B(6,1,3)$ و $C(-4,4,5)$	
1° - حدد مثلوث إحداثيات (متجهة) $\vec{AB}\wedge\vec{AC}$ ثم بين أن: $x+2y+2z-14=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).	1 ن
2° - لتكن (S) الفلكة التي مركزها Ω والمماسة للمستوى (ABC).	
أ - احسب المسافة: $d(\Omega,(ABC))$.	0,5 ن
ب - بين أن: $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S).	0,5 ن
ج - بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تماس (S) والمستوى (ABC) هو $(0,3,4)$.	0,75 ن
د - بين أن المستقيم (ΩH) يخترق الفلكة (S) في نقطتين يتم تحديدهما.	0,5 ن
التمرين الثاني: 1° - حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+12=0$	3,5 ن / 0,5 ن
2° - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي: $a=2\sqrt{3}$ و $b=3+i\sqrt{3}$ و $c=\overline{b}$	
أ - اكتب على الشكل الأسي العدد العقدي b.	0,5 ن
ب - استنتج أن: $a^6+b^6=0$	0,5 ن
ج - حدد a' لحق النقطة A' صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.	0,5 ن

د - استنتج أن: $\arg(a'c) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$ و $|a'c| = 12$ — 1 ن

ثم حدد $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

هـ - حدد ومثل في المستوى العقدي، مجموعة النقط $M(z)$ والتي تحقق: $\frac{z-c}{z-b} \in \mathbb{R}$. — 0,5 ن

التمرين الثالث: — 3,25 ن

يحتوي كيس على أربع كرات غير قابلة للتمييز باللمس: ثلاث كرات منها حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و 2 وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم 2. نسحب من الكيس كرتين بالتتابع وبإحلال.

1) نعتبر الحدثين التاليين:

A: "الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون"

B: "جداء رقمي الكرتين المسحوبتين عدد زوجي"

أ - بين أن: $p(A) = \frac{5}{8}$ و $p(B) = \frac{3}{4}$ — 1,25 ن

ب - علما أن الكرتين المسحوبتين لهما نفس اللون ما هو احتمال أن يكون جداء رقميهما عددا زوجيا؟ — 0,5 ن

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لكرتين من الكيس بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي. — 1,5 ن

Lycée ANISSE	EXAMEN: N°2	$\frac{3}{4}$	2.B.A.C.S.P

التمرين الرابع : (10ن)

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f : x \longmapsto (2-x)e^{x} - 2$$

وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1° - بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$ ثم أول هندسيا. (0,5ن)

2° - أ - بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ (0,5ن)

ب - استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه. (0,25ن)

3° - أ - بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : (0,75ن)

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \quad f'(x) = (1-x)e^{x}$$

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f. (0,5ن)

ج - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α في المجال $[1, +\infty[$ وأن : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (نقبل أن : $e^{3/2} > 4$) (0,5ن)

د - بين أن : $y = x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0. (0,5ن)

4° - أ - ادرس تقعر المنحنى (C) (0,75ن)

ب - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T). (0,5ن)

ج - أنشئ (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (0,75ن)

5°) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : | 1ن

$$I = \int_0^1 (2-x)e^{x}\,dx = 2e - 3$$

ب - استنتج مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 0$ و $x = 1$ | 0,5ن

(II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g : x \mapsto 2 - 2e^{-x}$

1°) - بين أن : $0 \leq g'(x) \leq \frac{1}{2}$ $\left(\forall x \in \left[\frac{3}{2}, +\infty\right[\right)$ | 0,5ن

2°) - بين أن : $g(\alpha) = \alpha$ | 0,5ن

3°) - نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 2 - 2e^{-U_n} \quad / n \in \mathbb{N} \end{cases}$

أ - بين أن : $\frac{3}{2} \leq U_n \leq \alpha$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ | 0,5ن

ب - بين أن : $0 \leq \alpha - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(\alpha - U_n)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ | 0,5ن

(لاحظ أن : $\int_{U_n}^{\alpha} g'(x)\,dx = \alpha - U_{n+1}$ $((\forall n \in \mathbb{N}))$)

ج - بين أن : $0 \leq \alpha - U_n \leq \frac{1}{2^{n+1}}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ | 0,5ن

د - استنتج أن (U_n) متقاربة وحدد نهايتها. | 0,5ن