

التمرين الثالث :

(1) حدد الشكل المثلثي لكل من العددين:  $Z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  و  $Z_2 = 2 - 2i$

(2) استنتج أن  $Z_1 Z_2 = \left[ 2\sqrt{6}, \frac{7\pi}{12} \right]$

(3) حدد الشكل الجبري للعدد  $Z_1 Z_2$  ثم استنتج أن  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

و  $\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

التمرين الرابع :

الجزء (1)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = x + 1 - \ln(x + 3)$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  وأحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

(3) أ. بين أن المشتقة  $f'(x) = \frac{x+2}{x+3}$

ب. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم ضع جدول التغيرات

(4) أرسم المنحنى  $(C_f)$

الجزء (2)

نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  المعرفة بما يلي:  $U_0 = 2$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) أحسب  $U_1$  ثم قارن  $U_0$  و  $U_1$  ( نأخذ  $e < 5$  )

(2) بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) -2 \leq U_n \leq 2$  (دون استعمال الحاسبة)

(3) أدرس رقابة المتتالية  $(U_n)_n$

(4) استنتج أن المتتالية  $(U_n)_n$  متقاربة وحدد نهايتها

فرض محروس رقم 3

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  المعرفة بما يلي:  $U_0 = \frac{1}{5}$  و  $U_{n+1} = \frac{2U_n}{2U_n + 1}$

(1) تحقق أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1}$

ثم بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n < \frac{1}{2}$

(2) تحقق أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1 - 2U_n)}{2U_n + 1}$

وبين أن المتتالية  $(U_n)_n$  تزايدية

(3) نضع  $V_n = \frac{3^n U_n}{2U_n - 1}$  لكل عدد طبيعي  $n$

أ. بين أن المتتالية  $(V_n)_n$  هندسية أساسها  $q = 6$  وأحسب  $V_n$  بدلالة  $n$

ب. استنتج أن  $U_n = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني :

نعتبر في المستوى العقدي  $(P)$  المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

النقط  $A, B, C$  و  $C$  لبتي أحاقها على التوالي هي :

$a = -1 - i, b = 5 + i, c = 3 + 7i$

(1) أحسب العدد  $\frac{b-a}{b-c}$  و استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(2) حدد  $d$  لحق النقطة  $D$  بحيث يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

(3) تحقق أن  $\frac{c-a}{d-b} = -i$  وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

ثم استنتج أن  $ABCD$  مربع