الثانية علوم	فرض رقم 3	ذ: المانتـــي

التمرين الأول

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $3X^2 + X - 10 = 0$ — 0.5 ن

2) استنتج حلول المعادلات :

أ) $3(\ln x)^2 + \ln x - 10 = 0$ — 1 ن

ب) $\ln(x+1) + \ln(3x-2) = 3\ln 2$ — 1 ن

3) حل في $]0,+\infty[$ المعادلة $x^{\sqrt{x}} = \left(\sqrt{x}\right)^x$ — 1 ن

التمرين الثاني

الجزء (1) نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x + 1 + \ln x$

1) أحسب $g'(x)$ و بين أن g تزايدية على $]0,+\infty[$ — 1 ن

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α و أثبت أن بين أن $\alpha < \frac{1}{e}$ — 1.5 ن

3) استنتج إشارة الدالة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ — 1 ن

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{-x\ln x}{x+1}$; $x \neq 0$ و $f(0) = 0$

1) أ- بين أن f متصلة على $\mathbb{R}^{*+}$ — 1 ن

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 — 0.5 ن

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ — 0.5 ن

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ — 0.5 ن

3) أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على $[0,+\infty[$ و أن $(\forall x>0) \quad f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^2}$ — 1.5 ن

ب- بين أن f تزايدية على $[0,\alpha]$ و تناقصية على $]\alpha,+\infty[$ — 1 ن

ج- بين أن $f(\alpha) = \alpha$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f — 1 ن

4) أ- تحقق أن $x - f(x) = \frac{x\,g(x)}{x+1}$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta) \quad y = x$ — 1.5 ن

ب- أرسم المنحنى (نأخذ $\alpha \simeq 0,28$ لا حظ أن $f(1) = 0$) — 1 ن

5) لتكن h الدالة المعرفة على $[\alpha,+\infty[$ بما لي : $h(x) = f(x)$

أ) بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال يتم تحديده — 0.5 ن

ب) بين h^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 0 محددا العدد المشتق — 0.5 ن

ج) أرسم في المعلم السابق و بلون مغير منحنى الدالة h^{-1} — 0.5 ن

الجزء (3)

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0 = 0,2$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1- بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 \leq U_n \leq \alpha$ — 0.5 ن

2- بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية — 0.5 ن

3- استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها — 1 ن