التمرين الأول :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = \dfrac{16}{8-U_n}$

1) تحقق أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 4 = \dfrac{4(U_n - 4)}{4 + (4 - U_n)}$ و بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 4$

2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - U_n = \dfrac{(U_n - 4)^2}{8 - U_n}$ و ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n = \dfrac{4}{4 - U_n}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 1$

ب- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n = \dfrac{4n + 12}{n + 4}$ و أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

4) أحسب بدلالة n الجمع $S_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} \dfrac{1}{4 - U_k}$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على كرتين حمراوين مرقمتين 2 ; 1 و كرتين خضراوين مرقمتين 2 ; 1 و ثلاث كرات بيضاء مرقمة 2 ; 1 ; 1 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق . نعتبر الأحداث التالية :

A " سحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة مثنى مثنى "

B " سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

و C " الحصول على كرة من كل لون علما أنها تحمل نفس الرقم "

1) أ- أحسب احتمال كل من الحدثين A و B

ب- بين أن احتمال الحدث C هو $p(C) = \dfrac{3}{5}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المتبقية في الصندوق و التي تحمل الرقم 1

أ- ماهي قيم المتغير X و بين أن $p(X = 3) = \dfrac{12}{35}$

ب- حدد قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث :

I) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - 2\sqrt{3}\,Z + 4 = 0$

II) المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, نعتبر النقطتين B , D لحقاهما $b = \sqrt{3} + i$ و $d = \sqrt{3} - i$ على التوالي

1) حدد الرمز الأسي للعدد b و بين أن المثلث OBD متساوي الأضلاع

2) نعتبر النقطة E ذات اللحق $z_0 = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ و نضع $A = R(E)$

حدد a لحق النقطة A و تحقق أن A منتصف القطعة $[OB]$

3) لتكن C صورة النقطة O بالازاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{DB}$

حدد c لحق النقطة C ثم استنتج أن الرباعي $OCBD$ معين

التمرين الرابع :

1) أحسب التكاملين : $\displaystyle\int_{\frac{52}{53}}^{1} (53x - 52)^{37} dx$ ، $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{dt}{t(2 + 3\ln t)}$

2) أ- أحسب التكامل $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x}{x^2 - 1} dx$

ب- تحقق أن $(\forall x > 1) \quad \dfrac{1}{x(x^2 - 1)} = \dfrac{x}{x^2 - 1} - \dfrac{1}{x}$

و استنتج أن $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{dx}{x(x^2 - 1)} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{2\ln(x^2 - 1)}{x^3} dx = \frac{3}{4}\ln 3 - \ln 2$