

1. حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 6z + 34 = 0$

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى  $M$  م  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$  النقط  $A$  و  $B$  و  $C$

التي ألقاها على التوالي :  $a = 3 + 5i$  و  $b = 3 - 5i$  و  $c = 7 + 3i$

أ- بين أن :  $b - c = 2i(a - c)$

ب- استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  وأن  $BC = 2AC$

ج- حدد لحد النقطة  $D$  و التي يكون من ألقاها  $ABCD$  متوازي أضلاع

(I) نعتبر في  $\mathbb{C}$  المعادلة :

$$(E) \quad Z^3 - 2(3 - i)Z^2 + (13 - 12i)Z + 26i = 0$$

(1) تحقق أن العدد  $Z_0 = -2i$  حلا للمعادلة (E)

(2) أ) حدد العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث يكون :

$$(E) \Leftrightarrow (Z + 2i)(Z^2 + aZ + b) = 0$$

(II) نعتبر في المستوى المنسوب إلى  $M$  م  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$  النقط  $A$  و  $B$

و  $C$  و  $D$  التي ألقاها على التوالي :  $z_A = -2i$  ،  $z_B = 3 + 2i$

و  $z_C = 7 + 5i$  و  $z_D = 4 + i$  و نعتبر النقطة  $E(z_E = x - 3i)$  حيث  $x \in \mathbb{R}$

(1) أ) بين أن  $|z_B - z_A| = |z_C - z_B|$  و  $z_B - z_A = z_C - z_D$

ب) استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$

(2) حدد المجموعة  $(\Delta)$  للنقط  $M(m)$  بحيث  $|m + 2i| = |m - 3 - 2i|$

(3) أ) بين أن  $\frac{z_E - z_B}{z_D - z_B} = \left(\frac{x+2}{2}\right) + \left(\frac{x-8}{2}\right)i$

ب) استنتج قيمة  $x$  كي تكون النقط  $B$  ;  $D$  و  $E$  مستقيمية

نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  بحيث :  $U_0 = 1$  و  $U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n}$

(1) أ- تحقق أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 2 = \frac{2(U_n - 2)}{2 + (2 - U_n)}$

ب- بين بالترجع أن  $U_n < 2$   $(\forall n \in \mathbb{N})$

(2) بين أن المتتالية  $(U_n)_n$  تزايدية

(3) نضع  $V_n = \frac{2}{2 - U_n}$  لكل عدد طبيعي  $n$

أ- بين أن  $(V_n)_n$  متتالية حسابية أساسها  $r = 1$  ثم أحسب  $U_n$  بدلالة  $n$

ب- حدد نهاية المتتالية  $(U_n)_n$

ج- حدد بدلالة  $n$  الجمع  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2 - U_k}$

لتكن  $(u_n)_n$  متتالية عددية بحيث :  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \sqrt{8 + \frac{u_n^2}{3}}$

(1) أ- أحسب  $u_1$  و بين أن  $0 \leq u_n < 2\sqrt{3}$   $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- بين بالترجع أن  $(u_n)_n$  تزايدية و استنتج أنها متقاربة

(2) نضع  $v_n = 12 - u_n^2$  لكل عدد طبيعي  $n$

أ- بين أن  $(v_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{3}$

ب- أحسب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  و حدد نهاية المتتالية  $(u_n)_n$