

مسألة

الجزء الأول لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي : $g(x) = e^{-2x} + 2x - 1$

1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2) أـ أحسب الدالة $g'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة g

بـ استنتج إشارة الدالة $g(x)$

3) نضع $h(x) = 1 + (x - 1)e^{2x}$

أـ أحسب المشتقة $h'(x)$ وأدرس منحنى تغيرات الدالة h

بـ بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل في المجال $\left] \frac{1}{2}, 1 \right[$ حلا وحيدا α

جـ استنتج أن $h(x) > 0$ على $]-\infty, 0[\cup]\alpha, +\infty[$ وأن $h(x) < 0$ على المجال $]0, \alpha[$

الجزء الثاني نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x + 1 + (x - 1)e^{2x}$

1) أـ أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

بـ بين أن المستقيم $y = x + 1$ (D) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

جـ أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

2) أـ بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = g(x)e^{2x}$

بـ ضع جدول تغيرات الدالة f

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D)

4) أـ تحقق أن $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) - x = h(x)$

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $y = x$ (Δ)

بـ أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \approx 0,8$)

الجزء الثالث لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$U_{n+1} = f(U_n) \text{ و } U_0 = \frac{1}{2}$$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 \leq U_n \leq \alpha$

2) أدرس رقابة المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة

3) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$

الفضاء (\mathcal{E}) منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A \left(1, \frac{1}{2}, 0\right)$ ، $B \left(1, 0, \frac{1}{2}\right)$ ، $C \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$ والفلكة (S) التي مركزها

$$\Omega(1, 1, 1) \text{ وتمر من } F(1, 0, 1)$$

1) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S)

2) أـ حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

بـ حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

3) أعط معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في F

4) بين أن المستوى (ABC) يقطع (S) وفق دائرة (Γ) محدد مركزها وشعاعها

التمرين الثاني

1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $Z^2 - 4Z + 13 = 0$

2) نعتبر في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

النقط A ; B ; C التي ألحاقها على التوالي هي :

$$Z_C = 2 - 3i \text{ و } Z_B = 2 + 3i , Z_A = i$$

أـ مثل النقط A ; B ; C

بـ نعتبر الدوران $R \left(B, \frac{\pi}{4}\right)$ ونضع $D = R(A)$ حدد Z_D لحق النقط D

جـ بين أن النقط D ; B ; C مستقيمية

3) حدد تمثيل عقدي التحاكي h الذي مركزه B و يحول C إلى النقط D

التمرين الثالث

1) أحسب ما يلي : $\int_0^1 x e^{x^2-1} dx$ ، $\int_1^e \frac{1}{2x \sqrt{3 + \ln x}} dx$

2) أـ تحقق من أن $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$ ثم أحسب التكامل $I = \int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^x} dx$

بـ باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب $K = \int_{-1}^0 e^{-x} \ln(1+e^x) dx$