

التمرين 1

أسئلة مستقلة

التقيط

A. حدد نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية

$$u_n = \frac{3^n - (-2)^n}{3^n} ; u_n = n - \sqrt{n} + 2^n ; u_n = -1 + \frac{1}{2^n} ; u_n = 4 + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

4

B. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي

$$u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n + \frac{1}{6} : n \in \mathbb{N} \text{ و } u_0 = 2$$

1. بين بالترجع أن $1 < u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

1

2. بين أن (u_n) متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة.

1.5

3. نضع لكل n من \mathbb{N} $v_n = u_n - 1$

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$ محددًا حدًا الأول.

1.5

ب. استنتج أن: $u_n = 1 + \left(\frac{5}{6}\right)^n$ لكل $n \in \mathbb{N}$

1

ج. حدد نهاية المتتالية (u_n)

1

C. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = \frac{3u_n}{18 + u_n}$

1. بين بالترجع أن $0 < u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

0.5

2. بين أن $u_{n+1} \leq \frac{1}{6}u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

0.5

3. استنتج أن $u_n \leq \left(\frac{1}{6}\right)^n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

0.5

4. حدد نهاية المتتالية (u_n)

0.5

التمرين 2

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 - 1 + 2 \ln x$

1.5

1. بين أن الدالة h تزايدية قطعًا على المجال $]0; +\infty[$

0.75

2. أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ عندما تتغير x على المجال $]0; +\infty[$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x^2}$

ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

1

2. أ. بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$ لكل x من $]0; +\infty[$.

1.25

ب. استنتج أن الدالة f تزايدية قطعًا على المجال $[1; +\infty[$ و تناقصية قطعًا على المجال $]0; 1]$.

0.5

ج. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، ثم اعط جدول تغيرات الدالة f .

1

3. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $+\infty$.

1

4. أنشئ المنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

1