

التمرين الأول

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط :

$$C(1,1,-1) \text{ و } B(-1,1,1), A(1,-1,1)$$

1 أ. احسب $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ ثم استنتج أن ABC مثلث واحسب مساحته .

ب. تحقق أن معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) هي : $x + y + z - 1 = 0$

2 حدد تمثيلا براميتريا للمستقيم (D) المار من النقطة $D\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ والعمودي على (ABC)

3 لتكن Ω نقطة من المستقيم (D) و (S) فلكة مركزها Ω وشعاعها $A\Omega$

أ. بين أن المستوى (ABC) يقطع (S) وفق الدائرة التي مركزها D وشعاعها $\sqrt{\frac{8}{3}}$

ب. حدد معادلة ديكرتية للفلكة (S) علما أنها تمر من النقطة O

التمرين الثاني

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ و z عدد عقدي يخالف 3 و 5 .

لتكن M و M' نقطتان من المستوى العقدي لهما على التوالي z و $z' = \frac{z-5}{z-3}$

1 احسب العدد العقدي z علما أن النقطتين M و M' منطبقتان

2 نضع $u = 2 + i$ ولتكن النقطة U صورتها . بين أن : $\frac{z'-u}{z'-u} = i \frac{z-u}{z-u}$ (هو مرافق u)

3 نفترض في هذا السؤال أن z عدد حقيقي . بين أن : $\arg\left(\frac{z'-u}{z-u}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [\pi]$

4 نأخذ : $z = 3 + \sqrt{2}$. بين أن M' هي صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه U وقياس زاويته $\frac{5\pi}{4}$

التمرين الثالث

يحتوي كيس على 11 كرة . 6 كرات تحمل الرقم 1 و 4 كرات تحمل الرقم 0 و كرة واحدة تحمل الرقم -1 . (جميع كرات الكيس لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب تانيا 3 كرات من الكيس و نعتبر الحدثين التاليين :

" A الكرات الثلاث المسحوبة تحمل الرقم 0 "

" B الكرات الثلاث المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى "

1 احسب احتمال A وبين أن احتمال B هو $p(B) = \frac{8}{55}$

2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة

أ. بين ان القيم التي يأخذها X هي -1 ; 0 أو 1

ب. بين أن $p(x=0) = \frac{26}{33}$

ج. حدد قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الرابع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = 2x - \frac{x^2}{4} + \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \ln x ; x > 0 \text{ و } f(0) = 0$$

وليكن (C) منحنى الدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$ ،

1- أ- بين أن الدالة f متصلة على المجال $[0, +\infty[$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول مبيانيا النتيجة

2- أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين الصفر.

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ وأن : $f'(x) = 1 + (x-1) \ln x$; $(\forall x \in]0, +\infty[)$

ج- بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $[0, +\infty[$ وضع جدول تغيراتها .

3- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية g معرفة على $[0, +\infty[$

4- أ- بين أن : $f'(x) = \frac{x-1}{x} + \ln x$; $(\forall x \in]0, +\infty[)$

ب- أثبت أن $I\left(1, \frac{7}{4}\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

ج- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المماس للمنحنى (C) في النقطة I

د- أنشئ (C) و (Γ) منحنى الدالة g

5- أثبت أن 0 هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = x$ في المجال $[0, 1]$

$$6- \text{ نعتبر الدالة } F(0) = 0 \text{ و } x > 0 \text{ : } F(x) = -\frac{5}{36}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2}\right) \ln x$$

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0, +\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) ، محوري المعلم والمستقيم ذي المعادلة : $x = 1$

7- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = \frac{7}{4}$ و $u_{n+1} = g(u_n)$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

أ- بين أن : $u_n > 0$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية وأنها متقاربة .

ج- احسب : $\lim u_n$

انتهى الموضوع

حظ سعيد