الصفحة 1/2	المستوى :الثانية علوم تجريبية مدة الإنجاز : ساعتان بتاريخ:2014/1/07	الفرض الموحد الثالث الدورة الأولى	Inisse Groupe scolaire السنة الدراسية 2013/2014

التمرين 1

	التنقيط
أسئلة مستقلة	
I .أحسب نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad ; \quad u_n = 2^n + 1$	1
$u_n = \dfrac{4^n - (-1)^n}{2^n - (-1)^n} \quad ; \quad u_n = n^{\frac{2}{5}} - n^{-\frac{2}{5}}$	2
II . لتكن (v_n) متتالية عددية بحيث : $(\forall n \in \mathbb{N}): \lvert v_n - 1 \rvert \le \dfrac{1}{n+1}$	0.5
III . (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ و حدها الأول $u_0 = 2$	
1. حدد u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$	1
2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ حدد S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim \dfrac{1}{n^2} S_n$	0.5
3. حدد نهاية المتتالية $\left(\ln\left(\dfrac{1}{n^2} S_n\right)\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$	0.5
IV . نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 4}{u_n + 3} : n \in \mathbb{N} \end{cases}$	
1. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}): 0 < u_n < 2$	1.5
2. تحقق من أن $(\forall n \in \mathbb{N}): u_{n+1} - u_n = \dfrac{(2+u_n)(2-u_n)}{3+u_n}$	0.5
3. استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة	0.5
4. نضع لكل n من $\mathbb{N}$ $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 2}$	
أ. بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{5}$ حدها الأول $v_0 = -\dfrac{1}{3}$	2
ب. حدد v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = 2\dfrac{3 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{3 + \left(\frac{1}{5}\right)^n}$ لكل $n \in \mathbb{N}$	1.5
ج. حدد نهاية المتتالية (u_n)	0.5

أنظر الصفحة الثانية

التنقيط

التمرين 2

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln x$

1. أ. بين أن $h'(x)=3\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}$ لكل x من $]0;+\infty[$ — 0.75

ب. استنتج أن الدالة h تزايدية قطعا على المجال $]0;+\infty[$ — 0.5

2. أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ عندما تتغير x على المجال $]0;+\infty[$ — 1

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ . أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة . — 0.75

ب. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}=0$ (يمكنك وضع $\sqrt{x}=t$) — 0.5

ج. استنتج ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$ و اعط تأويلا هندسيا للنتيجة — 1

2. أ. بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ لكل x من $]0;+\infty[$ — 1

ب. استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$ و تناقصية قطعا على المجال $]0;1]$ — 0.5

3. أ. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ — 0.5

ب. أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ — 1.5