حساب التكامل

السلسلة 1 (14 تمرين)

التمرين 1:

أحسب التكاملات التالية :

1) $I=\int_0^1\left(x^2-x+1\right)dx$ **2)** $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(2x)dx$ **3)** $K=\int_0^{\ln 2}e^x dx$

4) $L=\int_1^2\frac{1}{x+1}dx$ **5)** $M=\int_0^4\sqrt{x+3}dx$ **6)** $N=\int_0^1 x\left(x^2-1\right)^4 dx$

التمرين 2:

أحسب التكاملات التالية :

1) $I=\int_0^2|x-1|dx$

2) $J=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{|\ln x|}{x}dx$

التمرين 3:

1) أحسب القيمة المتوسطة ل $f(x)=\cos 2x$ **على** $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$

2) أدرس إشارة التكاملات التالية :

أ. $I=\int_1^2\frac{x^4}{1+x^2}dx$

ب. $J=\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln x dx$

التمرين 4:

أحسب التكاملات التالية :

1) $I=\int_0^1 x\left(x^2+3\right)^2 dx$

2) $J=\int_0^1\frac{x-1}{\left(x^2-2x+3\right)^2}dx$

3) $K=\int_0^2\frac{2}{x+1}dx$

4) $L=\int_1^2 \frac{x}{x+1}dx$

5) $M=\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x}dx$

التمرين 5:

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات التالية :

1) $\int_1^e x\ln x dx$

2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$

3) $\int_1^e \ln x dx$

4) $\int_0^1 \ln(x+1)dx$

5) $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

6) **باستعمال مكاملة بالأجزاء مرتين أحسب :** $\int_0^1 x^2 e^x dx$

التمرين 6:

1) $f(x)=\frac{2}{x}$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_f) **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين مهادلتاهما على التوالي:** $x=1$ **و** $x=4$

2) **في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **حيث :** $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

نعتبر الدالة $f:x\mapsto 1-e^x$ **. أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة** f **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي** $x=\ln 2$ **و** $x=\ln 4$

3) **المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **حيث :** $\|\vec{i}\|=1cm$

نعتبر الدالة العددية f **المعرفة بما يلي :** $f(x)=x^2-2x$

أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f) **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين مهادلتاهما على التوالي:**

$x=1$ **و** $x=3$

4) **المستوى منسوب إلى معلم متعامد** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **حيث :** $\|\vec{i}\|=3cm$ **و** $\|\vec{j}\|=2cm$

نعتبر الدالتين العدديتين f **و** g **المعرفتين بما يلي :** $f(x)=\frac{2e^x}{e^x+1}+e^{-x}$ **و** $g(x)=e^{-x}$

أحسب ب cm^2 **مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيي الدالتين** f **و** g **و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي** $x=0$ **و** $x=\ln 2$

التمرين 7:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **. لتكن** f **الدالة المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بما يلي :** $f(x)=\sqrt{x\left(e^{x}-1\right)}$

أحسب V **حجم المجسم المولد بدوران** (C_f) **حول محور الأفاصيل على المجال** $[0,1]$**.**

التمرين 8:

أحسب التكاملات التالية :

1) $\int_1^2\left(x^4-\frac{1}{4}x^3+2x-5-\frac{1}{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}\right)dx$

2) $\int_0^1 3x\left(x^2-1\right)^4dx$

3) $\int_0^1\frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}dx$

4) $\int_0^1\frac{x^5}{\sqrt[3]{x^6+1}}dx$

5) $\int_1^e\frac{\ln^2(x)}{x}dx$

6) $\int_2^3\frac{x^3}{\left(x^4-1\right)^2}dx$

7) $\int_1^4\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

8) $\int_0^1\frac{x+2}{x^2+4x+3}dx$

التمرين 9:

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكاملات التالية :

1) $\int_0^1(x+2)e^{-x}dx$

2) $\int_0^1 x\ln(x+3)dx$

3) أ. تحقق أن لكل x **من** $\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1\}$ **لدينا :** $\frac{1}{x\left(x^2-1\right)}=\frac{-1}{x}+\frac{x}{x^2-1}$

ب. أحسب $\int_2^3\frac{1}{x\left(x^2-1\right)}dx$

ج. باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_2^3 \frac{x}{\left(x^2-1\right)^2}\ln(x)dx$

التمرين 10:

1) **باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل :** $\int_0^1 xe^x dx$

2) **باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل :** $\int_0^1 x^2 e^x dx$

3) **لتكن** f **الدالة المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بما يلي :** $f(x)=\left(x^2+4x+4\right)e^x$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_f) **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما** $x=0$ **و** $x=1$

$\left(\left\|\vec{i}\right\|=1,5cm;\left\|\vec{j}\right\|=2cm\right)$

التمرين 11:

1) **تحقق أن الدالة** $F:x\mapsto \frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ **دالة أصلية للدالة** $f:x\mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ **على** $]0,+\infty[$

2) **أحسب التكامل** $\int_1^4 \frac{\ln x}{x^2}dx$

التمرين 12:

1) **بين أن الدالة** $H:x\mapsto x\ln x-x$ **دالة أصلية للدالة** $h:x\mapsto \ln x$ **على** $]0,+\infty[$

2) **أحسب :** $\int_1^2 h(x)dx$

3) **في معلم متعامد ممنظم** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **حيث** $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$

أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C_h) **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما** $x=1$ **و** $x=2$

التمرين 13 :

أحسب التكامل :

$\int_2^4 \left|\ln(x)-1\right|dx$

التمرين 14 :

1) أحسب التكاملات التالية :

$$A = \int_1^2 \left(x^3 - 2x + 3\right) dx$$

$$B = \int_0^1 x\left(x^2 + 1\right)^2 dx$$

$$C = \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx$$

2) أحسب التكامل : $D = \int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{|\ln x|}{x} dx$

3) أ- تحقق أن : $\left(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\right) : \frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

ب- أحسب $E = \int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx$

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء استنتج قيمة التكامل : $F = \int_0^2 x \ln(x+1) dx$