

التمرين الخامس

أحسب التكاملات التالية:

$$J = \int_1^e \frac{\ln t}{t^2} dt \quad , \quad I = \int_0^1 2x\sqrt{1+x^2} dx$$

$$L = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{1+e^{-x}} dx \quad , \quad K = \int_e^{e^2} \frac{1+\ln t}{t \ln t} dt$$

التمرين السادس

① نضع: $f(x) = \frac{2x+1}{(2x-1)^3}$

-1 حدد العددين الحقيقيين a و b علما أن:

$$f(x) = \frac{a}{(2x-1)^2} + \frac{b}{(2x-1)^3}$$

-2 استنتج حساب $\int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$

② حدد أخطاءا للدالة $g(x) = \sin^3 x$

و أحسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$

التمرين السابع

نعتبر التكاملين: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \sin 2x dx$

و $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \sin 2x dx$

(1) أحسب التكاملين $I+J$ و $I-J$

(2) استنتج قيم كل من I و J

التمرين الثامن

ليكن n عدد طبيعي غير منعدم. و نضع $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$

و $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ لكل n من \mathbb{N}^*

(1) أحسب I_0 ; I_1

(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن:

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$$

(3) استنتج I_5 ; I_6

التمرين التاسع

أحسب ما يلي: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}$

$\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2} dx$, $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$

التمرين الأول

أحسب التكاملات التالية:

$$\int_1^e \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx \quad , \quad \int_1^4 \left(2x + \frac{1}{x} - 3\sqrt{x}\right) dx \quad , \quad \int_1^4 x\sqrt{x} dx$$

$$\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} (x-1)\sqrt{3x-1} dx \quad , \quad \int_1^2 \frac{3t}{1+t^2} dt$$

$$\int_0^1 (\sqrt{x} + e^{3x}) dx \quad , \quad \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{3-\cos x} dx$$

$$\int_2^3 \frac{t}{t-1} dt \quad , \quad \int_1^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx \quad , \quad \int_1^e \frac{\ln y}{y} dy$$

$$\int_{-2}^0 (x+1)\sqrt{x^2+2x+5} dx \quad , \quad \int_{-1}^2 \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x+1} \quad , \quad \int_1^3 x|x-2| dx \quad , \quad \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx$$

التمرين الثاني

① -1 تحقق أن $(\forall t \in \mathbb{R}^+) \frac{t^2}{t+1} = t-1 + \frac{1}{t+1}$

-2 أحسب التكامل $I = \int_0^1 \frac{t^2}{1+t} dt$

② 1- حدد العددين a ; b بحيث يكون:

$$\frac{1}{x(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$$

2- أحسب التكامل $\int_1^2 \frac{1}{x(x+2)} dx$

التمرين الثالث

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب ما يلي:

$$\int_1^e (\ln x)^2 dx \quad \int_1^2 (3-x) \ln x dx \quad \int_1^e \ln x dx$$

$$\int_0^{\ln 3} x(e^x + e^{-x}) dx \quad \int_0^{\ln 2} x e^x dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos 2x + \sin x) dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \cos x dx$$

التمرين الرابع

1- حدد العددين a ; b بحيث يكون:

$$\frac{x^2 - 3x}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{(x-1)^2}$$

2- استنتج $J = \int_0^1 \frac{x^2 - 3x}{(x+1)(x-1)^2} dx$