ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

درس الحساب السلمي.

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من الفضاء, و A و B و C ثلاث نقط من الفضاء بحيث: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$

- إذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين فان الجداء السلمي: $\vec{u}\cdot\vec{v}=AB\times AC\times\cos BAC$
- منظم المتجهة $\vec{u}$ هو العدد الحقيقي الموجب: $\|\vec{u}\|=\sqrt{\vec{u}^2}$
- لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من الفضاء. نقول إن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتان إذا وفقط إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$, و نكتب: $\vec{u}\perp\vec{v}$

خاصية: إذا كانت $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ و $\vec{v}=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}$ متجهتين من الفضاء فان: $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$

- إذا كانت $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ فان منظم المتجهة $\vec{u}$ هو: $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
- لتكن $A(x_A;y_A;z_A)$ و $B(x_B;y_B;z_B)$ نقطتين من الفضاء

المسافة بين النقطتين A و B هي: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

تعريف: المتجهة $\vec{n}$ منظميه على المستوى (P) إذا وفقط إذا كانت $\vec{n}$ متعامدة مع متجهتين للمستوى (P)

خاصية: لتكن a و b و c و أعدادا حقيقية بحيث $(a;b;c)\neq(0;0;0)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $ax+by+cz+d=0$ هي مستوى و المتجهة $\vec{n}(a;b;c)$ متجهة منظميه عليه.

خاصية: ليكن (P) مستوى معادلته $ax+by+cz+d=0$ و $A(x_A;y_A;z_A)$ نقطة من الفضاء. مسافة النقطة A عن المستوى (P) هي:

$$d(A;(P))=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

خاصية: معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(a;b;c)$ و شعاعها R $(R\succ 0)$ هي: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

و تكتب أيضا: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ حيث: $d=a^2+b^2+c^2-R^2$

خاصية: لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية بحيث $(a;b;c)\neq(0;0;0)$ و S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق المعادلة:

$$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$$

- إذا كان: $a^2+b^2+c^2-4d\succ 0$ فان (S) فلكة مركزها هو النقطة $\Omega\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2};-\frac{c}{2}\right)$ و شعاعها هو: $R=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2-4d}}{2}$
- إذا كان $a^2+b^2+c^2-4d\prec 0$ فان (S) هي المجموعة الفارغة.
- إذا كان $a^2+b^2+c^2-4d=0$ فان (S) هي $(S)=\left\{\Omega\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2};-\frac{c}{2}\right)\right\}$

تقاطع فلكة و مستقيم:

ليكن (D) مستقيما من الفضاء (S) فلكة هناك 3 حالات :

- الفلكة (S) و المستقيم (D) لهما نقطة وحيدة مشتركة هي A, نقول إن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في النقطة A .
- الفلكة (S) و المستقيم (D) لهما نقطتان مشتركتان هما A و B, نقول إن المستقيم (D) قاطع للفلكة (S).
- الفلكة (S) و المستقيم (D) ليس لهما نقط مشتركة نقول إن المستقيم (D) يوجد خارج الفلكة (S).

تقاطع فلكة و مستوى:

لتكن (S) فلكة مركزها Ω شعاعها R و (P) مستوى من الفضاء معرفا بمعادلة ديكارتية

عند دراسة الوضع النسبي نحسب المسافة : $d=d(\Omega;(P))$ هناك 3 حالات

- إذا كان $d(\Omega;(P))=R$ فان المستوى (P) مماس الفلكة (S)
- إذا كان $d(\Omega;(P))\prec R$ فان المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق الدائرة (C) مركزها H المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوى (P) وشعاعها $r=\sqrt{R^2-d^2}$
- إذا كان $d(\Omega;(P))\succ R$ فان المستوى (P) يوجد خارج الفلكة

الأستاذ : نجيب عثماني

- **نتيجة :** معادلة ديكارتية لمستوى (P) مماس لفلكة (S) في نقطة معلومة A هو المستوى العمودي على المستقيم $(A\Omega)$ في النقطة A أي $M \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A\Omega} = 0$.

الأستاذ : نجيب عثماني