

ملخصى وقواعدي في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوى تاهيلي

درس المتتاليات:

متتالية هندسية

- لكي نبين أن متتالية هندسية نحسب : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ العدد q الذي نجده هو الأساس و $u_n = u_0 \times q^n$ هي الكتابة بدلالة n إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_0 فان : $u_n = u_0 q^{n-0}$
- إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_1 فان : $u_n = u_1 q^{n-1}$
- مجموع حدود متتالية $(u_n)_{n \in I}$ هندسية أساسها q هو : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_0 \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q} \right)$: $q \neq 1$

متتالية حسابية

- لكي نبين أن متتالية حسابية نحسب : $u_{n+1} - u_n$ العدد r الذي نجده هو الأساس و $u_n = u_0 + nr$ هي الكتابة بدلالة n إذا كانت (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_1 فان : $u_n = u_1 + (n-1)r$
- مجموع حدود متتالية $(u_n)_{n \in I}$ حسابية : $n > p \geq n_0$ $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n$ هو : $S_n = (n-p+1) \left(\frac{u_n + u_p}{2} \right)$

- نقول إن المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت تقبل نهاية منتهية l ونقول إن المتتالية (u_n) متباعدة إذا كانت غير متقاربة
 - كل متتالية تزايدية و مكبورة هي متقاربة و كل متتالية تناقصية و مصغورة هي متقاربة
 - خاصية:** ليكن a عددا حقيقيا (1) إذا كان : $a > 1$ فان : (a^n) تؤول إلى $+\infty$ (2) إذا كان : $a = 1$ فان : (a^n) تؤول إلى 1 (3) إذا كان : $-1 < a < 1$ فان : (a^n) تؤول إلى 0 (4) إذا كان : $a \leq -1$ فان : المتتالية (a^n) ليست لها نهاية
 - خاصية:** إذا كانت (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول من I من \mathbb{R} وبالعلاقة $u_{n+1} = f(u_n)$ بحيث : f دالة متصلة علي مجال I و $f(I) \subset I$ و (u_n) متقاربة فان : نهايتها l حل للمعادلة : $f(x) = x$
- العمليات على النهايات**

$\lim u_n$	l	$l < 0$	$l > 0$	$-\infty$	$l < 0$	l	∞	0
$\lim v_n$	$l' \neq 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$l < 0$	$-\infty$	∞	0
$\lim \frac{u_n}{v_n}$	$\frac{l}{l'}$	0^+	0^-	0^-	$+\infty$	0^+	ش غ م	ش غ م

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim v_n$	l'	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim(u_n + v_n)$	$l + l'$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	ش غ م

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	∞
$\lim v_n$	l'	$l > 0$	$l < 0$	$l > 0$	$l < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0
$\lim(u_n \times v_n)$	$l \times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	ش غ م

$\lim u_n$	$l \neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim \frac{1}{u_n}$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-

فان : المتتالية (u_n) متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$

خاصية: لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين متقاربتين

و l و l' عددين حقيقيين بحيث $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l'$

إذا كانت : $u_n \geq v_n$ فان : $l \geq l'$

ملاحظات:

- ❖ نهاية متتالية حدودية هي نهاية حدها الأكبر درجة
- ❖ نهاية متتالية جذرية هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة.

الأستاذ : نجيب عثمانى

خاصية: لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين

و l و α عددين حقيقيين بحيث $\alpha > 0$

إذا كانت : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ و $\forall n \geq p \quad |v_n - l| \leq \alpha u_n$

فان : المتتالية (v_n) متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l$

خاصية: لتكن (u_n) و (v_n) و (w_n) متتاليات عديدة

إذا كانت : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$ و $\forall n \geq p \quad w_n < u_n < v_n$