

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{n^2 + 5} \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 1: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$$

$$(2) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} \leq \frac{1}{5} u_n$$

$$(3) \text{ استنتج أن: } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 \leq u_n \leq \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

$$(4) \text{ استنتج أن } (u_n) \text{ متقاربة و احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n < 4$$

$$(2) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad 4 - u_{n+1} \leq \frac{4 - u_n}{4}$$

$$(3) \text{ استنتج أن } (u_n) \text{ متقاربة و احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 3$$

$$(2) \text{ ادرس رقابة المتتالية } (u_n)$$

$$(3) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - 3 > \frac{9}{5} (u_n - 3)$$

$$(4) \text{ استنتج أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq \left(\frac{9}{5}\right)^n + 3$$

$$(5) \text{ استنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \text{ ، هل المتتالية } (u_n) \text{ متقاربة؟}$$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} (u_n + \sqrt{u_n + 2}) \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 4: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad 1 \leq u_n < 4$$

$$(2) \text{ ادرس رقابة المتتالية } (u_n)$$

$$(3) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad 0 < 4 - u_{n+1} < \frac{2}{3} (4 - u_n)$$

$$(4) \text{ استنتج أن } (u_n) \text{ متقاربة و احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 5: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 2$$

$$(2) \text{ ادرس رقابة المتتالية } (u_n)$$

$$(3) \text{ استنتج أن } (u_n) \text{ متقاربة و احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

4) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا أساسها و حدها الأول

ب) احسب u_n بدلالة n

5) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة أخرى.

رياضيات النجاح أذ سمير لخريسي