سلسلة الدعم 2

تمرين 1: (الدورة الاستدراكية 2014)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي:

$u_1=5$ و $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{1+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

1) بين بالترجع أن $u_n>2$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرف بما يلي:

$v_n=\dfrac{3}{u_n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن $v_{n+1}=\dfrac{1+u_n}{u_n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ ثم بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حسابية أساسها 1

ب) اكتب v_n بدلالة n وأستنتج أن $u_n=2+\dfrac{3}{n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

ج) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

تمرين 2 (الدورة العادية 2016)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{3+u_n}{5-u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) تحقق من أن $u_{n+1}-3=\dfrac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}$

ثم بين بالترجع أن $u_n<3$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$v_n=\dfrac{u_n-1}{3-u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ثم استنتج أن

$v_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب) بين أن $u_n=\dfrac{1+3v_n}{1+v_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم اكتب u_n بدلالة n

ج) حدد نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 3:(الدورة الاستدراكية 2016)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{16}u_n+\dfrac{15}{16}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) أ- بين بالترجع أن $u_n>1$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب) تحقق من أن $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{15}{16}(u_n-1)$ لكل n من $\mathbb{N}$

ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

2) لتكن (v_n) المتتالية بحيث $v_n=u_n-1$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{16}$ وأكتب v_n بدلالة n

ب) بين أن $u_n=1+\left(\dfrac{1}{16}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 4: (الدورة الاستدراكية 2017)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=17$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{4}u_n+12$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) أ- بين بالترجع أن $u_n>16$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية واستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

2) لتكن (v_n) المتتالية بحيث $v_n=u_n-16$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية

ب) بين أن $u_n=16+\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

ج) حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n<16,0001$

تمرين 5 (الدورة العادية 2020)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=\dfrac{3}{2}$ و $u_{n+1}=\dfrac{2u_n}{2u_n+5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) احسب u_1

2) بين بالترجع أن $u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$

3) أ- بين أن $0<u_{n+1}\le\dfrac{2}{5}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$، ثم استنتج أن

$0<u_n\le\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب- احسب النهاية $\lim u_n$

4) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$v_n = \frac{4u_n}{2u_n+3}$$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$

ب- حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$

تمرين 6 (الدورة الاستدراكية 2020)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين أن $u_n < 2$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) نضع $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2

ب- اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

ج- احسب نهاية المتتالية (u_n)

تمرين 7 (الدورة العادية 2021)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{3-2u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) احسب u_1

2) بين بالترجع أن $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

3) أ- بين أن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب- استنتج رتابة المتتالية (u_n)

4) أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$, $0 < u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

ب- نضع $v_n = \ln(3-2u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

5) أ- تحقق من أن لكل n من $\mathbb{N}$, $\frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

ب- استنتج u_n بدلالة n