

تمرين رقم 1

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \end{cases}$$

1- أ- بين أن $U_n > 5$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

ب- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

2- نضع $V_n = \frac{1}{U_n - 5}$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن $(V_n)_n$ حسابية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

تمرين رقم 2

$$\begin{cases} U_0 = \sqrt{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{\sqrt{9+U_n^2}} \end{cases}$$

(1) تحقق أن $U_n > 0$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(2) نضع $V_n = \frac{18}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية

a- أحسب U_n بدلالة n ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

b- أحسب بدلالة n الجمع $S = \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_1^2} + \dots + \frac{1}{U_n^2}$

تمرين رقم 3

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث:

$$U_0 = 1 \text{ و } U_{n+1} = \frac{U_n}{3^n U_n + 3} \text{ و نضع } V_n = \frac{1}{3^n U_n}$$

⊙ أحسب U_1 و V_1 و V_0

⊙ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية ثم أحسب V_n بدلالة n

⊙ استنتج أن $U_n = \frac{1}{3^{n-1}(n+3)}$ ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

تمرين رقم 4

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية عددية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{7U_n + 3}{3U_n + 7} & n \in \mathbb{N}^* \\ U_1 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

⊙ أ- بين أن $U_n \geq 1$ لكل n من \mathbb{N}^*

ب- بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تناقصية . ماذا تستنتج ؟

⊙ نضع $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$ لكل n من \mathbb{N}^*

أ- بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ هندسية ثم أحسب V_n بدلالة n

ب- استنتج U_n بدلالة n ثم حدد نهاية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

تمرين رقم 5

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية بحيث :

$$U_0 = 2 \text{ و } U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{3}U_n^2 + 2}$$

1- أ- بين أن $U_n \geq \sqrt{3}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

ب- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$ ماذا تستنتج ؟

2- نضع $V_n = U_n^2 - 3$

أ- بين أن $(V_n)_n$ هندسية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

ج- أحسب الجمع $S_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$

تمرين رقم 6

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_0 = 12 ; U_1 = \frac{11}{2} \text{ و } 6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n$$

⊙ أحسب U_2 ; U_3

⊙ نضع $W_n = 3U_{n+1} - U_n$ بين أن $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية

هندسية محددًا أساسيًا ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n

⊙ بين أن $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

⊙ نضع $V_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية

وحدد V_n بدلالة n استنتج U_n بدلالة n

تمرين رقم 7

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية معرفة بـ: $U_0 = 1$

$$\text{و } U_{n+1} = \frac{1}{4}(2U_n + n + 2) \text{ ونضع } V_n = 2U_n - n$$

⬅ أحسب U_1 ; V_0 ; V_1

⬅ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية محددًا أساسيًا q

⬅ أحسب الحد العام V_n بدلالة n

⬅ استنتج U_n بدلالة n