

نهاية في نقطة

أحسب ما يلي: (1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2}$ (3) $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{3x^2 - 2x}{9x^2 - 4}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 2x}$ (5) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{x^2 + 3x}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ (7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - x + 1}{x^2 - 2x}$

(8) $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} \frac{x^2}{x^2 - 4}$ (9) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{x^3 + 1}{(x-1)(x-2)}$ (10) $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{x + 2\sqrt{x-3} - 3}{x^2 - 9}$

نهاية عند ما لا نهاية

أحسب النهايات التالية: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - x^3 + 5x + 4$ (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x - 3}{(2x+1)^2}$ (3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-7}{3x-x^2}$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4\sqrt{x+1} - 3x$ (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x-2}}{2x-3}$ (6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 1 + \sqrt{x^2 + 1}$

(7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \frac{2x}{x+1} - \frac{3}{x^2}$ (8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x} + x$ (10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \frac{2}{x}}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$

اتصال في نقطة

(1) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(1) = \frac{3}{2} \\ f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & x \neq 1 \end{cases}$$

حدد مجموعة التعريف للدالة f وأدرس اتصال f في النقطة $a = 1$

(2) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(0) = \frac{1}{2} \\ f(x) = \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

حدد مجموعة التعريف للدالة f وأدرس اتصال f في النقطة $a = 0$

(3) نعتبر الدالة f بحيث:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - x}{2(x^2 - 1)} & x < 1 \\ f(1) = \frac{1}{4} \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

أ- بين أن الدالة f متصلة على يمين النقطة $a = 1$
ب- هل الدالة f متصلة في النقطة $a = 1$

مبرهنة القيمة الوسطية

(1) بين أن المعادلة $x^5 + x + 1 = 0$ تقبل حلا في المجال $[-1, 0]$

(2) لتكن الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$

أ- بين أن الدالة f تنعدم في المجال $[1; 2]$

بد بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا على الأقل في $[1; 2]$

(3) نضع $f(x) = x^3 + 3x - 5$ تقبل حلا وحيدا α وأنجز جدول إشارة $f(x)$

(4) لتكن f دالة متصلة على القطعة $[a; b]$ ونعتبر الدالة g بحيث : $g(x) = 3f(a) + 7f(b) - 10f(x)$
أ- بين أن : $3g(a) = -7g(b)$

بد استنتج أنه يوجد عنصر على الأقل α من المجال $[a; b]$ بحيث : $\frac{3f(a) + 7f(b)}{10} = f(\alpha)$

الدالة العكسية

(1) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x-1}$

أ- حدد D_f وأدرس اتصال f على D_f

بد أدرس رتابة f على D_f وضع جدول التغيرات (لاحظ أن $f(x) = (\sqrt{x-1} + 1)^2 + 1$)

ج- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده وأحسب $f^{-1}(x)$

(2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

أ- أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

بد بين أن f تناقصية على $]1, +\infty[$ (لاحظ أن $f(x) = 1 + \frac{2}{x^2 - 1}$)

ج- استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} محددًا مجموعة تعريفها ثم أحسب $f^{-1}(x)$

دالة الجذر من الرتبة n

(1) رتب الأعداد ترتيبًا تناقصيًا : $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{3}$

(2) بسط العددين التاليين : $A = \frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} \sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2} \sqrt[4]{4}}$; $B = \frac{\sqrt[4]{3} \times \sqrt[20]{3^4 9} \times 3^2}{\sqrt[5]{81} \sqrt{\sqrt{3}}}$

(3) أحسب النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$ ، (2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{4}}$ ، (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{2x} + 2 - 2}$ ، (4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x + \sqrt[3]{1 - x}$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x + 2}$ ، (6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}$ ، (7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x+1}}$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]2; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}\right)^2$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. بين أنه إذا كان $2 < x \leq 3$ فإن $1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} \leq 0$

3. بين أن f دالة تناقصية قطعًا على $]2; 3]$

4. لتكن g للدالة المعرفة على $]2; 3]$ كما يلي : $g(x) = f(x)$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديدها

بد أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J