سلسلة تمارين درس : النهايات و الإتصال

التمرين 01

أدرس اتصال الدالة f في x_0 في كل حالة :

1 $x_0=0$ و $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & ;x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

2 $x_0=2$ و $\begin{cases} f(x)=x+3 & ;x\geqslant 2 \\ f(x)=(x-4)^2+1 & ;x<2 \end{cases}$

3 $x_0=1$ و $\begin{cases} f(x)=x-x^2 & ;x<1 \\ f(x)=x-1-\sqrt{x^2+1}+1 & ;x\geqslant 1 \end{cases}$

4 $x_0=0$ و $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3+x}{|x|} & ;x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

5 $x_0=\dfrac{4}{3}$ و $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x-1}{3x-4} & ;x>\dfrac{4}{3} \\ f(x)=2x+7 & ;x\leqslant \dfrac{4}{3} \end{cases}$

التمرين 02

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=x^3-x+1 & ;x\in]-\infty;-1] \\ f(x)=\dfrac{2}{x^2+1} & ;x\in]-1;+\infty[\end{cases}$$

1 بين أن الدالة f متصلة في النقطة -1

2 بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$

التمرين 03

لتكن g الدالة المعرفة ب : $g(x)=x-E(x)$

1 أكتب g بدلالة x في الحالات التالية : $x\in[-1,0[$ ، $x\in[0,1[$ و $x\in[1,2[$

2 ادرس اتصال الدالة g في النقطتين 0 و 1

التمرين 04

ادرس اتصال الدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

1 $I=\mathbb{R}$ و $f(x)=4x-5+cos(x)$

2 $I=]2,+\infty[$ و $f(x)=\dfrac{1}{2-x}+\sqrt{x}$

3 $I=]2,+\infty[$ و $f(x)=|3x+5|$

4 $I=\mathbb{R}$ و $f(x)=\dfrac{1}{2-x}+\sqrt{x}$

5 $I=\mathbb{R}$ و $\begin{cases} f(x)=1+x^2 & ;x<1 \\ f(x)=\dfrac{2}{x} & ;x\geqslant 1 \end{cases}$

6 $I=\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ و $f(x)=\sqrt{2x-1}$

7 $I=]1,+\infty[$ و $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x-1}{x-1}}$

8 $I=\mathbb{R}$ و $f(x)=cos(4x^2+3x-1)$

9 $I=\mathbb{R}$ و $f(x)=3sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$

التمرين 05

حدد صورة المجال I بالدالة f في الحالات التالية :

1 $I=[-1,4]$ و $f(x)=7x-2$

2 $I=]-\infty,-2[$ و $f(x)=-2x^2+5x-4$

3 $I=]4,5]$ و $f(x)=\dfrac{2x-3}{4-x}$

4 $I=[-2,4]$ و $\begin{cases} f(x)=2x-3 & ;x<2 \\ f(x)=x^2-3 & ;x\geqslant 2 \end{cases}$

التمرين 06

بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

1 $I=[0,1]$ و $f(x)=7x^3-x-1$

ذ. عادل بناجي

2 $f(x)=cos(x)-x$ و $I=\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

3 $f(x)=x^3-2x^2+x+2$ و $I=]-1,0[$

4 $f(x)=x^4+x^3-9$ و $I=[-2,2]$

التمرين 07

لتكن f دالة متصلة على $[-2,+\infty[$ و جدول تغيراتها هو كالتالي :

x	-2		1		2		$+\infty$
$f(x)$	1	↘	-2	↗	3	↘	1

1 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في المجال $[-2,+\infty[$

2 كم عدد حلول المعادلة $f(x)=2$ في المجال $[-2,+\infty[$ ؟ علل جوابك

التمرين 08

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x)=2x+1+\sqrt{x+1}$

1 حدد D_f واحسب نهايات f عند محدات D_f

2 اعط جدول تغيات الدالة f

3 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $[-1,+\infty[$

4 باستعمال طريقة التفرع الثنائي اعط تأطيرا للعدد α سعته 5×10^{-1}

التمرين 09

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x)=x-\sqrt{x}$

1 حدد D_f وبين أن f متصلة على D_f

2 لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=\left[0,\frac{1}{4}\right[$

أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

ج. بين أن المعادلة $g(x)=\sqrt{x}-\frac{2}{3}$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]\frac{1}{9},\frac{1}{4}\right[$

التمرين 10

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2-2x}$

1 حدد D_f واحسب نهايات f عند محدات D_f

2 اعط جدول تغيات الدالة f

3 لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=[2,+\infty[$

أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين 11

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمتراجحات التالية :

1 $x^6-3x^3-4=0$

2 $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[6]{x}$

3 $\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}=0$

4 $\left(\frac{1-\sqrt[3]{x}}{3-\sqrt[3]{x}}\right)^3=64$

5 $x+2>\sqrt[3]{x^2+8}$

6 $\sqrt[3]{x^3-3x^2+5x-6}>x-2$

7 $\frac{(x^3-1)(x^3+8)}{x^3-3\sqrt{3}}>0$

التمرين 11

أحسب النهايات التالية :

1 $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{x-2}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{x^2-x}+x$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^2-x}-x$

4 $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x+3}-2}$

5 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{1-x}-1}{sin(x)}$

6 $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}$

7 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

8 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[6]{x^2-x}}{\sqrt[3]{x}+1}$