النهايات و الإتصال

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty} x-\sqrt{x^2-1}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x-2}-1}{\sqrt{4-x}-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}}\dfrac{x^2+4}{x^2-1}$	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2-x-12}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt[3]{x+5}-2}{\sqrt{x+1}-2}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{\sqrt{1-cox}}{x}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sin 5x}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+\sqrt{2-x}-6}{x^2-x-6}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x-\sin 3x}{x+\sin 2x}$	$\lim\limits_{x\to 0} x^2\cos\left(\dfrac{3}{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sqrt{x^2+3\sqrt{x}}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{x}}$	$\lim\limits_{\substack{x\to\frac{\pi}{2}\\ x>\frac{\pi}{2}}}\dfrac{\cos x-2}{1-\sin x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & ;\quad x>0 \\ f(0)=\dfrac{1}{4} & \\ f(x)=\dfrac{2}{x^2}\left(1-\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)\right) & ;\ x<0 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة على يسار النقطة 0

2) هل الدالة f متصلة في النقطة 0 ؟

manti.1s.fr

التمرين الثالث :

ليكن m عددا حقيقيا و نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x-m}{x^2-1} & ;\quad x>1 \\ f(1)=\dfrac{3}{2} & \\ f(x)=\dfrac{1-\sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{x}-1} & ;\ 0\le x<1 \end{cases}$$

1) أدرس اتصال الدالة f على يسار 1

2) أ- حدد تبعا لقيم m النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$

ب- استنتج m كي تكون f متصلة في النقطة 1

التمرين الرابع :

ليكن a عددا من $]-\infty,0[$ و نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x & ;\quad x>a \\ f(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{3-2x}} & ;\ x\le a \end{cases}$$

1) أنشر $(x-1)^2(2x+1)$

2) حدد العدد a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة a

التمرين الخامس :

بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في الحالات التالية

1) $f(x)=3x^3-x+1$ و $I=[-1,0]$

2) $f(x)=x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}-3$ و $I=[1,2]$

3) $f(x)=x-2\cos x$ و $I=\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

التمرين السادس :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^3+x-3$

1) أدرس منحى تغيرات الدالة f و بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و أن $\alpha\in[1,2]$

2) حدد إشارة $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و استنتج تأطيرا أخر للعدد α

3) حدد تأطيرا للعدد α سعته $0,25$

manti.1s.fr

التمرين السابع :

حدد صورة المجال I بالدالة f في كل من الحالات التالية :

1) $f(x)=x^2-2x$ و $I=[2,3]$

2) $f(x)=\frac{x}{x-2}$ و $I=]-\infty,1]$

3) $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}+1}$ و $I=[0,+\infty[$

4) $f(x)=x-\sin x$ و $I=\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

التمرين الثامن :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[2,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=2x^2-3$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

2) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

3) أرسم في نفس المعلم المنحنيين (C_f) و $\left(C_{f^{-1}}\right)$

التمرين التاسع :

نعتبرالدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x)=x-2\sqrt{x+1}$

1) حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h

2) بين أن h تزايدية على D_h (أنشر $\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$)

3) أ- بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} محددا مجموعة تعريفها

ب- أحسب $h^{-1}(x)$

التمرين العاشر :

1) بين أن $\cos\alpha=\alpha$ $\left(\exists!\,\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,\pi]$ بما يلي : $f(x)=\cos x$

أ- بين أن f تقبل دالة عكسية محددا مجموعة تعريفها D

ب- حدد $f^{-1}(1)$ ، $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f^{-1}(\alpha)$