



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع



الصفحة
1
3

7	المعامل:	RS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الخامس

بالنسبة للتمرين الخامس ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0, -2, 0)$ و $B(1, 1, -4)$ و

$C(0, 1, -4)$ و (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ بحيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

1) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(1, 2, 3)$ و شعاعها 5 . 0.5

2) أ - بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$ واستنتج أن $4y + 3z + 8 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . 1

ب - احسب $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) . 0.5

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

أ - بين أن : $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.5

ب - بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(1, -2, 0)$. 0.25

ج - تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) . 0.25

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ 1

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي ألقاها

على التوالي هي : $a = 8i$ و $b = 4\sqrt{3} - 4i$ و $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ - بين أن $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$. 0.5

ب - تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R . 0.25

ج - بين أن $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلي . 0.75

د - استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع . 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد : 1 و 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " . 1.25

و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .

بين أن $P(A) = \frac{3}{28}$ وأن $P(B) = \frac{13}{28}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

أ - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.25

ب - بين أن : $P(X=1) = \frac{15}{28}$. 0.75

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X . 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

0.5 (1) بين أن : $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} .

0.75 (2) بين أن : $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ لكل n من \mathbb{N} .

0.5 (3) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية وأنها متقاربة .

0.75 (4) أ- بين بالترجع أن : $u_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} .

0.5 ب- حدد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$.

0.25 (1) أ- تحقق من أن $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$ لكل x من $]0, +\infty[$.

0.5 ب - بين أن : $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$.

0.25 (2) أ- تحقق من أن $\frac{3x^2 + 3x + 2}{x} > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$.

0.5 ب - استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$ على $]0, +\infty[$.

0.5 (3) أ- بين أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ وأنها تزايدية على $]1, +\infty[$.

0.5 ب - استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) > 0$) .

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$) .

1 (1) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ، ثم استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$.

0.5 (2) أ - بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسيا .

0.75 ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$ ثم أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$) .

0.5 ج - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 (3) بين أن $y = 3(x-1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة التي زوج إحداثياتها $(1, 0)$.

0.75 (4) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها) .

1 (5) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$ (ضع : $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ و $v(x) = \ln x$) .

0.5 ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) و المستقيمين الذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$

هي $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{cm}^2$.