



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

7	المعامل	RS22	الرياضيات	المادة
3	مئة الإجاز	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب (ة) أو المسلك

معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه

ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
2.5	حل معادلات ومتراجحات أسية نيبيرية	التمرين الأول
4	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3.5	المتتاليات العددية	التمرين الثالث
10	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الرابع

– بالنسبة للتمرين الرابع ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

- 1) أ - حل في IR المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$. 0.5
- ب - حل في IR المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$. 1
- 2) حل في IR المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$. 1

التمرين الثاني (4 ن)

- 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 18 = 0$. 1
- 2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطتين A و B .
- اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 3 + 3i$ و $b = 3 - 3i$. 0.5
- أ - اكتب على الشكل المثلثي كل من العديدين العقديين a و b . 0.75
- ب - بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها \vec{OA} هو 6 . 0.75
- ج - بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' . 1
- د - استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع . 0.75

التمرين الثالث (3.5 ن)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{6u_n}{1+15u_n}$ لكل n من IN .
- 1) أ - تحقق من أن : $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$ لكل n من IN . 0.5
- ب - بين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$ لكل n من IN . 0.5
- 2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$ لكل n من IN . 1.5
- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .
- 3) بين أن $u_n = \frac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ لكل n من IN ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 1

التمرين الرابع (10 ن)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$.

1 أ - بين أن $g'(x) = \frac{x+1}{x}$ لكل x من I . 0.5

ب - بين أن الدالة g تزايدية على I . 0.5

2 استنتج أن $g(x) \geq 0$ على $]1, +\infty[$ وأن $g(x) \leq 0$ على $]0, 1]$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) . 1

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة $1cm$) .

1 أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول النتيجة هندسيا . 0.75

ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (لاحظ أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I) . 1

ج - استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا بجوار $+\infty$ يتم تحديده اتجاهه . 0.5

2 أ - بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من I . 1

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية على $]1, +\infty[$ و تناقصية على $]0, 1]$. 0.5

ج - أعط جدول تغيرات الدالة f على I . 0.25

3 أنشئ (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2) . 1

4 أ - بين أن $H : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال I . 0.5

ب - بين أن $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$. 0.75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e \ln x dx = 1$. 1

5 أ - تحقق من أن $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I . 0.25

ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي : $0.5 cm^2$.