المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

الإمتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2012

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

## التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ و الفلكة $(S)$ التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

| | | |
|---|---|---|
| 0,50 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة $(S)$ هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$ . |
| 0,75 ن | 2 أ | بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ و تحقق من أن : $x-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$ |
| 1,00 ن | 2 ب | تحقق من أن : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى $(ABC)$ يقطع الفلكة $(S)$ وفق دائرة $(\Gamma)$ شعاعها 1 . |
| | 3 | ليكن $(\Delta)$ المستقيم المار من النقطة $\Omega$ العمودي على المستوى $(ABC)$ . |
| 0,25 ن | 3 أ | بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} \; ; \; (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$ . |
| 0,25 ن | 3 ب | بين أن مثلوث إحداثيات $H$ نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ و المستوى $(ABC)$ هو $(2,0,0)$ . |
| 0,25 ن | 3 ج | استنتج مركز الدائرة $(\Gamma)$ . |

## التمرين الثاني : (3 ن)

| | | |
|---|---|---|
| 0,75 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$ |
| | 2 | نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ النقط $A$ و $B$ و $C$ التي ألحاقها على التوالي : $a$ و $b$ و $c$ بحيث : $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$ . |
| 0,50 ن | 2 أ | أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط $A$ و $B$ و $C$ مستقيمية . |
| | | نعتبر الإزاحة $T$ ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $(1+5i)$ |
| 0,50 ن | 2 ب | تحقق أن لحق النقطة $D$ صورة النقطة $C$ بالإزاحة $T$ هو $d=3+6$ . |
| 0,75 ن | 2 ج | بين أن : $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن : $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$ |
| 0,50 ن | 2 د | استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$ . |

## التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس بيدقات تحمل العدد 1 و بيدقتان تحملان العدد 2 ( لا يمكن التمييز بينها باللمس ) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية :

$A$: " الحصول على ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .

$B$: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 5 "

$C$: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 4 " .

3,00 ن — بين أن : $p(A)=\frac{5}{28}$ و $p(B)=\frac{5}{56}$ و $p(C)=\frac{3}{8}$

## التمرين الرابع : ( 3 ن )

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

- 0,25 ن | 1 | تحقق من أن : $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12) \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N})$
- 0,50 ن | 2 أ | بين بالترجع أن : $u_n < 12 \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N})$
- 0,50 ن | 2 ب | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تزايدية قطعا .
- 0,25 ن | 2 ج | استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة.
- | 3 | لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12 \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N})$.
- 0,75 ن | 3 أ | بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب $v_n$ بدلالة $n$ .
- 0,75 ن | 3 ب | بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N})$ ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$

## التمرين الخامس : ( 8 ن )

**I** | لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

- 0,75 ن | I 1 | بين أن : $(x^2-1)$ و $2x^2\ln x$ لهما نفس الإشارة على $]0;1[$ .
  ثم استنتج أن : $\forall x \in ]0;1] \ ; \ g(x) \le 0$
- 0,75 ن | I 2 | بين أن $(x^2-1)$ و $2x^2\ln x$ لهما نفس الإشارة على $]1;+\infty[$
  ثم استنتج أن : $\forall x \in [1;+\infty[ \ ; \ g(x) \ge 0$

**II** | نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2-1)\ln x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة $3\ cm^2$ )

- 0,50 ن | II 1 أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ و أوِّل النتيجة هندسيا .
- 1,00 ن | II 1 ب | أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
  و استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .
- 1,25 ن | II 2 أ | بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x} \ ; \ \forall x \in ]0;+\infty[$ ( و أوِّل هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$ ).
- 0,50 ن | II 2 ب | استنتج أن الدالة $f$ تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$ .
- 0,50 ن | II 2 ج | إعط جدول تغيرات الدالة $f$ على $]0;+\infty[$ ثم بين أن : $f(x) \ge 0 \ ; \ \forall x \in ]0;+\infty[$ .
- 1,00 ن | II 3 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .
- 0,50 ن | II 4 أ | بين أن : $u : x \to \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $v : x \to x^2 - 1$ على $\mathbb{R}$ .
- 1,00 ن | II 4 ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^2 (x^2-1)\ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3\ln 2)$
- 0,25 ن | II 4 ج | أحسب بـ $cm^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل
  و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$ .