



# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة الاستدراكية 2013

### الموضوع

الصفحة  
1  
3



RS22

3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة، أو المسلك

### معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تنوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

## الموضوع

### التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $A(0,0,1)$  و  $B(1,1,1)$  و  $C(2,1,2)$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1,-1,0)$  و شعاعها هو  $\sqrt{3}$

1) بين أن  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  وتحقق من أن  $A$  تنتمي إلى  $(S)$  0.75

2) أ- بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  و استنتج أن  $x - y - z + 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.75

ب- احسب المسافة  $d(\Omega, (ABC))$  ثم استنتج أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  في  $A$  0.75

3) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من  $\Omega$  والعمودي على  $(ABC)$

$$\text{أ- بين أن } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta) \quad 0.25$$

ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

### التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 25 = 0$  0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي

أحاقها على التوالي هي :  $a = 4 + 3i$  و  $b = 4 - 3i$  و  $c = 10 + 3i$  والإزاحة  $T$  التي متجهتها  $\overline{BC}$  0.75

أ- بين أن لحق النقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  بالإزاحة  $T$  هو  $d = 10 + 9i$

ب- تحقق من أن  $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$  ثم اكتب العدد العقدي  $-\frac{1}{2}(1+i)$  على الشكل المثلثي. 1

ج- بين أن  $(\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$  0.5

### التمرين الثالث (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1) تحقق من أن  $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

2) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . 0.25

3) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  0.5

ب- بين أن  $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

يحتوي كيس على 9 بيدقات : أربع بيدقات بيضاء و ثلاث بيدقات سوداء و بيدقتان خضراوان .  
 ( لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس )  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1 (1) نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى " .

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{5}{84} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات السوداء المسحوبة .  
 أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

$$\text{ب- بين أن } P(X=2) = \frac{3}{14} \text{ و } P(X=1) = \frac{15}{28}$$

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الخامس ( 8 ن )

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 - x - \ln x$

1 (1) أ- تحقق من أن  $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  .

ب- بين أن  $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  واستنتج أن الدالة g تناقصية على  $]0, 1[$  و تزايدية على  $]1, +\infty[$

2 (2) بين أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ( لاحظ أن  $g(1) = 0$  ) .

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 1 cm ) .

1 (1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  و أول هندسيا هذه النتيجة .

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  ( لاحظ أن  $f(x) = x^2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} - \left( \frac{\ln x}{x} \right)^2 \right)$  )

ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجما بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه .

2 (2) أ- بين أن  $f'(x) = 2 \left( \frac{x^2 - \ln x}{x} \right)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  .

ب- تحقق من أن  $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln x}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  و استنتج أن الدالة f تزايدية على  $]0, +\infty[$

3 (3) أ- بين أن  $y = 2x - 2$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة  $A(1, 0)$

ب- أنشئ في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A)

4 (4) أ- تحقق من أن  $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto \ln x$  على  $]0, +\infty[$  ثم بين أن  $\int_1^e \ln x dx = 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن :  $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 1$

$$\text{و } x = e \text{ هي } \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$$