



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

2.5 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الأول
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8.5 نقط	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	مسألة

- بالنسبة للمسألة ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول: (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3 + u_n}{5 - u_n}$ لكل n من IN

1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من IN 0.75

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN 0.75

ب- بين أن $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ لكل n من IN ثم اكتب u_n بدلالة n 0.5

ج- حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(2, 1, 3)$ و $B(3, 1, 1)$ و $C(2, 2, 1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

1) أ- بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 0.5

ب- استنتج أن $2x + 2y + z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.5

2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, -1, 0)$ وأن شعاعها هو 6 0.5

ب- بين أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) 0.5

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B 0.5

التمرين الثالث: (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 4z + 29 = 0$ 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط Ω و A و B التي

أحاقها على التوالي هي ω و a و b بحيث $\omega = 2 + 5i$ و $a = 5 + 2i$ و $b = 5 + 8i$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$ 0.75

تحقق من أن $u = 3 + 3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي \bar{u} (\bar{u} يرمز لمرافق العدد العقدي u) 0.25

ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ وأن $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ 0.75

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$ 0.5

حدد صورة النقطة A بالدوران R

التمرين الرابع: (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء وست كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .

$$\text{بين أن } p(A) = \frac{2}{15}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.
أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $\{2, 3, 4\}$

ب- بين أن $p(X=3) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة: (8.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)

1-I) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة .

3) أ- بين أن $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$ لكل x من \mathbb{R}

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} (لاحظ أن $f'(0) = 0$)

ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]\ln 4, 1[$ بحيث $f(\alpha) = 0$

4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4, +\infty[$ وتحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty, \ln 4[$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثياتها هو $(0, -5)$

ج- أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\ln 4 \approx 1,4$ و $\alpha \approx 1,3$)

$$5) \text{ أ- بين أن } \int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$$

ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) ومحور

الأرتاب و المستقيم الذي معادلته $x = \ln 4$

1-II) أ- حل المعادلة التفاضلية $y'' - 3y' + 2y = 0$: (E)

ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0) = -3$ و $g'(0) = -2$

2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4, +\infty[$ بما يلي : $h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$

أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} و أن h^{-1} معرفة على \mathbb{R}

ب- تحقق من أن $h(\ln 5) = \ln 5$ ثم حدد $(h^{-1})'$ ($\ln 5$)