المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰ ⵓⵎⵙⵙⵓⵔⵜⵜⵓ ⴰⵣⵣⴰⵢⵏ
ⴰ ⵓⵙⵎⵎⵉⵔ ⴰ ⵓⵙⵙⵓ ⴰⵎⴰⵏⵓⵔ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2018

-الموضوع-

RS22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	حساب التكامل	نقطتان
المسألة	دراسة دالة عددية و المتتاليات العددية	9 نقطة

ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (3 نقط) :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(2,1,2)$ و شعاعها يساوي 3 والمستوى (P) المار من النقطة $A(-1,0,3)$ و $\vec{u}(4,0,-3)$ متجهة منظمية عليه.

0.5 1) بين أن معادلة للفلكة (S) هي : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$

0.5 2) تحقق من أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $4x-3z+13=0$

0.5 3) أ- تحقق من أن $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P)

0.5 ب - حدد إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P)

0.25 4) أ - أحسب $d(\Omega,(P))$

0.75 ب - بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) في نقطة يتم تحديدها

التمرين الثاني (3 نقط) :

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطة A التي لحقها $a=\sqrt{2}(1-i)$ و R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

0.25 أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد a

0.5 ب– تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

0.5 3) أ - نعتبر النقطة C التي لحقها $c=1+i$. بين أن $b^2-c^2=2\sqrt{3}$

0.5 ب - لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OC}$، و النقطة D صورة B بالإزاحة t . بين أن $OD=|b+c|$

0.5 ج– استنتج أن $OD\times BC=2\sqrt{3}$

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على **12** كرة لا يمكن التمييز بينها باللمس موزعة كما يلي : **3** كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد **1** و **3** كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد **2** و **6** كرات خضراء تحمل كل واحدة منها العدد **2**

نسحب عشوائيا و تآنيا كرتين من الصندوق ، و نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرتين تحملان نفس العدد " و B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "

و C : " الحصول على كرتين تحملان عددين مجموعهما يساوي **3** "

1.5 1) بين أن $p(A)=\frac{13}{22}$ و $p(B)=\frac{6}{11}$ و احسب $p(C)$

0.5 2) أ - بين أن $p(A\cap B)=\frac{3}{11}$

0.5 ب – هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك .

0.5 3) علما أن الحدث B محقق ، احسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس العدد .

التمرين الرابع (نقطتان) :

0.5 1) أ- بين أن الدالة $H : x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto (x+1)e^x$ على IR

0.5 ب – إستنتج أن $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$

1 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، أحسب $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x dx$

المسألة (9 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي $g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0,+\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25 1) احسب $g(1)$

0.5 2) من خلال هذا الجدول حدد إشارة $g(x)$ على كل من $]0,1[$ و $]1,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.5 1) أ- تحقق من أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - \frac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

0.25 ج- حدد الوضع النسبي للمستقيم (D) و المنحنى (C)

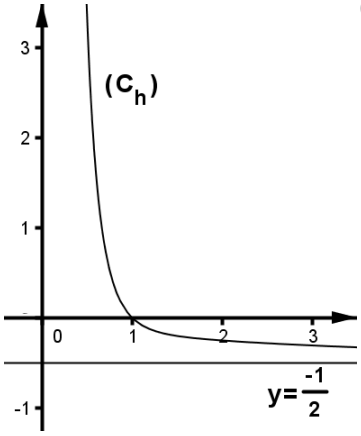
0.75 2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة.

1 3)أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

0.5 ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على المجال $[1,+\infty[$

0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

1 4) أنشئ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم (D) و المنحنى (C) (الوحدة : $1\ cm$)



III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $h(x) = f(x) - x$

0.25 1) أ - تحقق من أن $h(1) = 0$

0.75 ب- في الشكل جانبه (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h . حدد إشارة $h(x)$ على كل من $]0,1]$ و $[1,+\infty[$ ثم استنتج أنه لكل x من المجال $]0,+\infty[$ لدينا $f(x) \le x$

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN

0.75 أ- بين بالترجع أن : $1 \le u_n \le e$ لكل n من IN

0.75 ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . (*يمكن استعمال نتيجة السؤال III) 1) ب -*)

0.75 ج – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.