


الصفحة	<p style="text-align: center;"><b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> الدورة العادية 2020 - الموضوع -</p>		<p style="text-align: center;">           المملكة المغربية          وزارة التربية الوطنية          والتكوين المهني          والتعليم العالي والبحث العلمي          المركز الوطني للتقويم والامتحانات       </p>
1			
3			
**	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 22	

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	الشعبة أو المسلك

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

### مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

4 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الأول
5 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
4 نقط	النهايات و الاشتقاق و حساب التكامل	التمرين الثالث
7 نقطة	دراسة دالة عددية	المسألة

- نرسم  $\bar{z}$  لمرافق العدد العقدي  $z$
- $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الصفحة	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية
2		
3		
التمرين الأول (4 نقط):		
لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$		
0.25	(1) احسب $u_1$	
0.5	(2) بين بالترجع أن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_n > 0$	
1	(3) أ) بين أن $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أن $0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$	
0.5	ب) احسب النهاية $\lim u_n$	
(4) نعتبر $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة ب $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$		
0.75	أ) بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$	
1	ب) حدد $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$	
التمرين الثاني (5 نقط):		
(1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\square$ المعادلة: $(E) : z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$		
0.5	أ) تحقق من أن مميز المعادلة $(E)$ هو $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$	
1	ب) استنتج حل المعادلة $(E)$	
(2) نعتبر الأعداد العقدية: $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$		
0.75	أ) تحقق من أن $b\bar{c} = a$ و استنتج أن $ac = 4b$	
0.5	ب) أكتب العددين العقديين $b$ و $c$ على الشكل المثلثي	
0.5	ج) استنتج أن $a = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$	
(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط $B$ و $C$ و $D$ التي أحاقها على التوالي هي $b$ و $c$ و $d$ ، حيث $d = a^4$ .		
ليكن $z$ لحق نقطة $M$ و $z'$ لحق النقطة $M'$ صورة النقطة $M$ بالدوران $R$ الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{12}$ .		
0.5	أ) تحقق أن $z' = \frac{1}{4}az$	
0.25	ب) حدد صورة النقطة $C$ بالدوران $R$	
0.25	ج) حدد طبيعة المثلث $OBC$ .	
0.75	د) بين أن $a^4 = 128b$ و استنتج أن النقط $O$ و $B$ و $D$ مستقيمية	

الصفحة	3	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية
3			

التمرين الثالث ( 4 نقط ) :

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x$

(1) أ) بين أن لكل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  ،  $g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$  0.5

ب) بين أن الدالة  $g$  تزايدية قطعا على المجال  $]1; +\infty[$  0.5

ج) استنتج أن لكل  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  ،  $0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$  ( لاحظ أن  $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$  ) 0.5

د) بين أن لكل  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  ،  $0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$  ، ثم استنتج النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2}$  1

(2) أ) بين أن الدالة  $G$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $G(x) = x \left( -1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln x \right)$  هي دالة أصلية للدالة  $g$  0.75

ب) احسب التكامل  $\int_1^4 g(x) dx$  0.75

المسألة ( 7 نقط ) :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$

و  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة : 2cm)

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  وأن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  0.5

(2) أ) برهن أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -x + \frac{5}{2}$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  0.5

ب) حل المعادلة  $e^{x-2} - 4 = 0$  ثم بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت  $(\Delta)$  على المجال  $[2 + \ln 4, +\infty[$  وفوق  $(\Delta)$  على المجال  $]-\infty, 2 + \ln 4]$  0.75

(3) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ثم أول النتيجة هندسيا 0.5

(4) أ) بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$  0.5

ب) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  0.25

(5) احسب  $f''(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم بين أن  $A(2, 2)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C)$  0.75

(6) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث  $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$  0.5

(7) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C)$  في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( نأخذ القيمتين المقربتين التاليين :  $\ln 2 \approx 0,7$  و  $\ln 3 \approx 1,1$  ) 1

(8) أ) بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على  $\mathbb{R}$  0.5

ب) أنشئ في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المنحنى الممثل للدالة  $f^{-1}$  ( لاحظ أن المستقيم  $(\Delta)$  عمودي على المنصف الأول للمعلم ) 0.75

ج) احسب  $(f^{-1})'(2 - \ln 3)$  ( لاحظ أن  $(f^{-1})'(2 - \ln 3) = 2 + \ln 3$  ) 0.5