

## دراسة الدوال

### A- الأنشطة

#### تمرين 1

- 1- حدد رتبة الدالة  $f$  و مطايرفها النسبية أو المطلقة إن وجدت في الحالات التالية .
- أ-  $f(x) = x(x-3)^2$       ب-  $f(x) = x - \arctan x$       ج-  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$
- 2- حدد عدد جذور المعادلة  $x^3 + 2x^2 - 7x + 1 = 0$

#### تمرين 2

- أدرس تقعر  $C_f$  منحنى الدالة و حدد نقط انعطافه في الحالتين التاليتين (إن كان ممكنا) .
- أ-  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 13x$
- ب-  $f(x) = x|x|$  (لاحظ أن  $f$  غير قابلة للاشتقاق مرتين في 0 و مع ذلك تقبل نقطة انعطاف في  $(0; 0)$ )
- ج-  $f(x) = \cos x - \sin x$

#### تمرين 3

- حدد المقاربات إن وجدت - أعط الاتجاهات المقاربة في الحالات التالية
- أ-  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{-2x^2 + x + 3}$       ب-  $f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$       ج-  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$
- د-  $f(x) = x + \sqrt{x}$       ر-  $f(x) = x + \sin 2\pi x$

#### تمرين 4

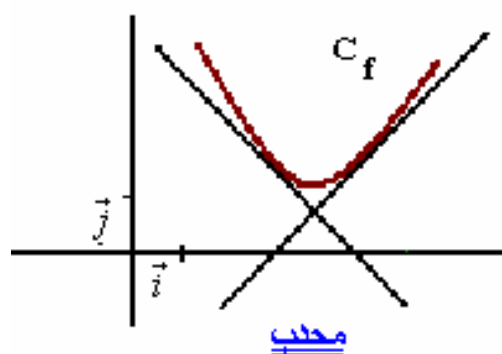
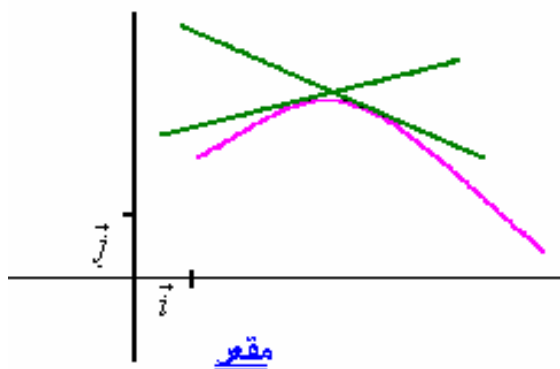
- 1- نعتبر  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$  بين ان  $A(1; 2)$  مركز تماثل للمنحنى  $C_f$
- 2- نعتبر  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$  بين ان المستقيم الذي معادلته  $x = \frac{5}{2}$  محور تماثل للمنحنى  $C_f$

### B- تذكير مع بعض الاضافات

#### 1- تقعر منحنى دالة -- نقطة انعطاف

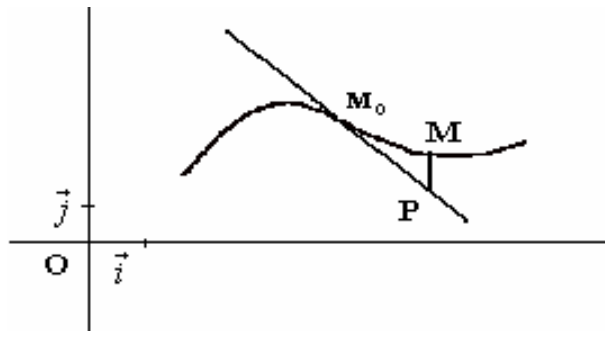
##### 1-1 تعريف

لتكن  $f$  قابلة للاشتقاق على مجال  $I$   
 نقول إن المنحنى  $(C_f)$  محدب إذا كان يوجد فوق جميع مماساته  
 نقول إن المنحنى  $(C_f)$  مقعر إذا كان يوجد تحت جميع مماساته



##### 2-1 تعريف

لتكن  $f$  قابلة للاشتقاق على مجال  $I$  و  $(T)$  مماسا للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $M_0(x_0; f(x_0))$ .  
 لتكن  $M$  و  $P$  نقطتين لهما نفس الافصول وينتميان على التوالي إلى  $(C_f)$  و  $(T)$  إذا انعدم  $\overline{PM}$  في  $x_0$  و  
 تغيرت إشارته في مجال مفتوح مركزه  $x_0$  فان النقطة  $M_0$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$



### 3-1 خصائص

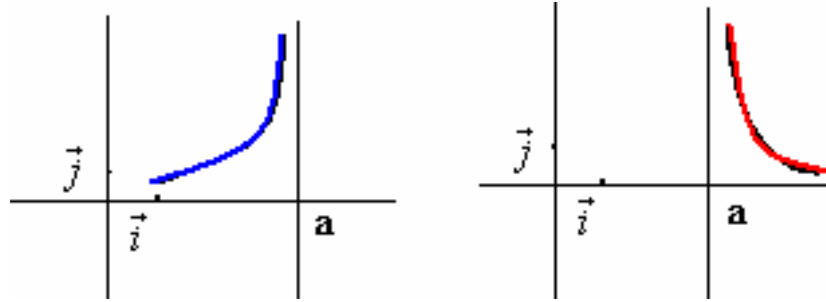
- \* دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال I
- \* إذا كانت f موجبة على I فان  $(C_f)$  يكون محدبا على I
- \* إذا كانت f سالبة على I فان  $(C_f)$  يكون مقعرا على I
- \* إذا كانت f تنعدم في  $x_0$  من المجال I وكان يوجد  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$  بحيث إشارة f على  $[x_0, x_0 + \alpha[$  مخالفة لإشارة f على  $]x_0 - \alpha, x_0]$  فان نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$   $M_0(x_0; f(x_0))$

**ملاحظة** - الفروع اللانهائية  
 1-2 تعريف قد لا تكون الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين ويكون مع ذلك لمبيانها نقطة انعطاف.

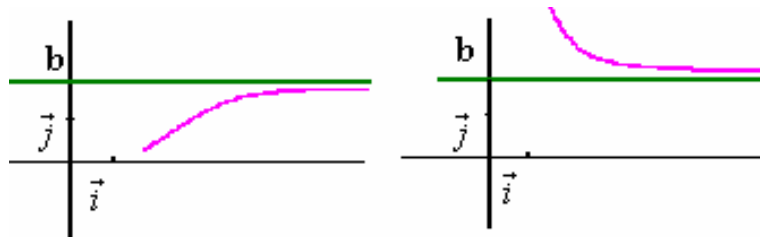
إذا آلت إحدى إحداثيتي نقطة من C منحنى دالة إلى اللانهاية فإننا نقول إن C يقبل فرعا لانهائيا.

### 2-2 مستقيم مقارب لمنحنى

- \* إذا كان  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$  أو  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$  فان المستقيم الذي معادلته  $x = a$  مقارب ل  $C_f$



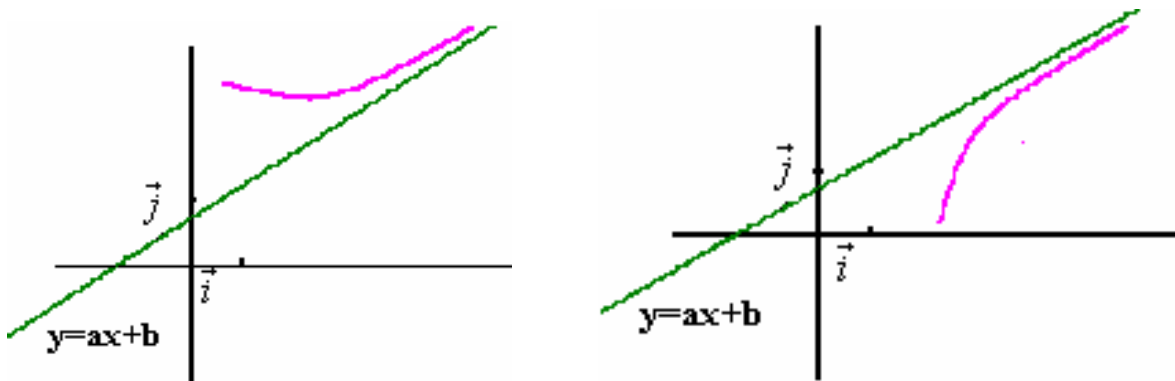
- \* إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$  فان المستقيم ذا المعادلة  $y = b$  مقارب ل  $C_f$ .



- \*\* يكون المستقيم الذي معادلته  $y = ax + b$  مقارب للمنحنى  $C_f$  إذا وفقط إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$

### خاصة

- يكون المستقيم ذو المعادلة  $y = ax + b$  مقارب لمنحنى  $C_f$  إذا وفقط إذا كان  $\left( \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax) = b ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = a \right)$  أو  $\left( \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax) = b ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a \right)$



**ملاحظة** دراسة إشارة ( f(x) - (ax + b) ) تمكننا من معرفة وضع المنحنى (C<sub>f</sub>) بالنسبة للمقارب المائل.

### 2-3- الاتجاهات المقاربة

#### تعريف

- أ - إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$  نقول إن (C<sub>f</sub>) يقبل محور الأرتاب كاتجاه مقارب.
- ب - إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$  نقول إن (C<sub>f</sub>) يقبل محور الافاصل كاتجاه مقارب.
- ج - إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a$  نقول إن (C<sub>f</sub>) يقبل المستقيم ذا المعادلة  $y = ax$  كاتجاه مقارب

#### بصفة عامة

إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$  نقول إن (C<sub>f</sub>) يقبل المستقيم ذا المعادلة  $y = ax$  كاتجاه مقارب.

### 3- مركز تماثل - محور تماثل

#### 3-1 خاصة

في معلم متعامد , يكون المستقيم الذي معادلته  $x = a$  محور تماثل لمنحنى دالة f إذا فقط إذا كان  $\forall x \in D_f \quad f(2a - x) = f(x)$

#### 3-2 خاصة

في معلم ما, تكون النقطة E (a ; b) مركز تماثل لدالة f إذا فقط إذا كان  $\forall x \in D_f \quad f(2a - x) = 2b - f(x)$

### 4- الدالة الدورية

#### 1-4 تعريف

نقول أن f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T موجب قطعاً بحيث  $\forall x \in D_f \quad x + T \in D_f ; \quad x - T \in D_f \quad f(x + T) = f(x)$

العدد T يسمى دور الدالة f. اصغر دور موجب قطعاً يسمى دور الدالة f

#### 4-2 خاصة

إذا كانت للدالة f دور T فإن  $\forall x \in D_f, \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(x + nT) = f(x)$

#### 4-3 خاصة

إذا كانت f دالة دورية و T دوراً لها فإن منحنى الدالة f على  $D_f \cap [x_0 + nT; x_0 + (n+1)T[$  هو صورة منحنى الدالة على  $D_f \cap [x_0; x_0 + T[$  بواسطة الإزاحة ذات المتجهة  $nT \cdot \vec{i}$  حيث n عدد صحيح نسبي.