الأستاذ : عثماني نجيب مذكرة رقم 3/	مادة الرياضيات	أكاديمية الجهة الشرقية نيابة وجدة

مستوى : السنة الثانية من سلك الباكالوريا
شعبة العلوم التجريبية
- مسلك علوم الحياة و الأرض
- مسلك العلوم الفيزيائية
- مسلك العلوم الزراعية

مذكرة رقم 3 في درس دراسة الدوال

محتوى البرنامج
- التمثيل المبياني لدالة عددية(تذكير):المقاربات الأفقية والعمودية و المائلة
- الفروع الشلجمية
- تقعر منحنى ونقط الانعطاف
- محور تماثل ومركز تماثل
- دراسة وتمثيل دوال لا جذرية ومثلثية

القدرات المنتظرة
- حساب مشتقات الدوال الاعتيادية
- تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها .
- تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني
- الحل المبياني لمعادلة من الشكل : $f(x)=g(x)$ و متراجحات من الشكل : $f(x)\le g(x)$
- تحديد مشتقة و رتابة الدالة العكسية لدالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال و تمثيلها المبياني
- حل مسائل تطبيقية حول القيم الدنوية و القيم القصوية
- دراسة وتمثيل دوال حدودية وجذرية و لا جذرية و دوال مثلثية .

I. التمثيل المبياني لدالة عددية(تذكير):

في جميع الفقرات المتبقية, f دالة عددية لمتغير حقيقي x و (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

1)المقارب الموازي لمحور الأراتيب:

تعريف: إذا كانت $\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty$ أو $\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty$ أو $\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ أو $\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$

نقول إن المستقيم ذا المعادلة $x=a$ مقارب للمنحنى (C) يوازي محور الأراتيب.

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x-1}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب : $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ واعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-1>0\}$

$x>1\Leftrightarrow x-1>0$

ومنه: $D_f=]1;+\infty[$

2) $\lim_{x\to 1^+} 2x=2$ و $\lim_{x\to 1^+}\sqrt{x-1}=0^+$ ومنه: $\lim_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $x=1$ مقارب للمنحنى (C) يوازي محور الأراتيب

2)المقارب الموازي لمحور الأفاصيل:

تعريف: إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)=a$ (أو $\lim_{x\to-\infty} f(x)=a$)نقول إن المستقيم ذا المعادلة $y=a$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (أو بجوار $-\infty$) يوازي محور الأفاصيل.

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2-1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ واعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

أجوبة :
1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-1\neq 0\}$

$x^2-1=0\Leftrightarrow x^2-1^2=0\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow x=1$ أو $x=-1$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-1,1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2-1}=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2}=2$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $y=a$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ يوازي محور الأفاصيل.

3)المقارب المائل:

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x بحيث f تقبل نهاية لا منتهية بجوار $+\infty$ (أو بجوار $-\infty$).

تعريف:
إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)-(ax+b)=0$ (أو $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(ax+b)=0$)حيث $a\in\mathbb{R}^*$ و $b\in\mathbb{R}$ نقول إن المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (أو بجوار $-\infty$).

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=x+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f

2. حدد معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

أجوبة : أجوبة :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+x>0\}$

$x^2+x=0 \Leftrightarrow x(x+1)=0 \Leftrightarrow x=0$ أو $x=-1$

نستعمل جدول الاشارة :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x^2+x		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه: $D_f=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$

2) $f(x)=x+\frac{1}{\sqrt{x^2+x}} \Leftrightarrow f(x)-x=\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

اذن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}=+\infty$ اذن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}=0$

ومنه : $\lim_{x\to+\infty} f(x)-x=0$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

خاصية: يكون المستقيم دو المعادلة $y=ax+b$ $(a\neq 0)$ مقاربا مائلا للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ إذا وفقط إذا كان:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a \text{ و } \lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b .$$

لدينا نفس الخاصية إذا عوضنا" x يؤول إلى $+\infty$" ب " x يؤول إلى $-\infty$"

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\sqrt{x^2-4x-5}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
3. حدد معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

أجوبة :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-4x-5\geq 0\}$

$\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-5)=16+20=36=6^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه الحدودية لها جذرين هما:

$x_1=\frac{4+6}{2\times1}=\frac{10}{2}=5$ و $x_2=\frac{4-6}{2\times1}=\frac{-2}{2}=-1$ ومنه جدول الاشارة :

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
x^2-4x-5		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه: $D_f=]-\infty;-1]\cup[5;+\infty[$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-4x-5}$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}x^2-4x-5=\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

3) $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}\right)}}{x}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}}{x}$$

لدينا : $x\to+\infty$ ومنه : $|x|=x$ ومنه

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}=1\sqrt{1}=1=a$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)-1x=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-4x-5}-1x=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-4x-5}+1x\right)\left(\sqrt{x^2-4x-5}-1x\right)}{\left(\sqrt{x^2-4x-5}+x\right)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-4x-5-x^2}{|x|\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4x-5}{x\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}+x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(-4-\frac{5}{x}\right)}{x\left(\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}+1}=-\frac{4}{2}=-2=b$$

4) ومنه : $y=ax+b$ أي $y=x-2$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

تمرين1: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\sqrt{4x^2+2x-2}$

1. حدد D_f و حدد $f'(x)$
2. أحسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
3. بين : $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-2$ و أحسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)+2x$
4. أستنتج معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$

أجوبة : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x^2+2x-2\geq 0\}$

$4x^2+2x-2=0 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times2\times(-1)=1+8=9=(3)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه الحدودية لها جذرين هما:

$x_1=\frac{-1+3}{2\times2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ و $x_2=\frac{-4}{4}=-1$ ومنه جدول الاشارة :

x	$-\infty$		-1		$1/2$		$+\infty$
$4x^2+2x-2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه: $D_f=]-\infty;-1]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

$\forall x\in]-\infty;-1[\cup\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

$$f'(x)=\left(\sqrt{4x^2+2x-2}\right)'=\frac{\left(4x^2+2x-2\right)'}{2\sqrt{4x^2+2x-2}}=\frac{8x+2}{2\sqrt{4x^2+2x-2}}=\frac{4x+1}{\sqrt{4x^2+2x-2}}$$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+2x-2}$

لدينا : $\lim_{x\to-\infty}4x^2+2x-2=\lim_{x\to-\infty}4x^2=+\infty$ ومنه $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

3) $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x-2}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(4+\frac{2x}{x^2}-\frac{2}{x^2}\right)}}{x}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}}{x}$$

لدينا : $x\to-\infty$ ومنه : $|x|=-x$ ومنه

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}-\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}=-\sqrt{4}=-2=a$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)+2x=\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+2x-2}+2x=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2+2x-2}+2x\right)\left(\sqrt{4x^2+2x-2}-2x\right)}{\left(\sqrt{4x^2+2x-2}-2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2+2x-2-4x^2}{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-2}{-x\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-2}{-x\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}-2x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(2-\frac{2}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}+2\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{x}}{-\left(\sqrt{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}+2\right)}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}=b$$

4) ومنه: $y=ax+b$ أي $y=-2x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$

II. الفروع الشلجمية:

لتكن f دالة عددية تقبل نهاية لا منتهية بجوار $+\infty$.

تعريف1:

- إذا كانت $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ نقول إن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$
- إذا كانت $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ أو $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$

نقول أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

مثال1: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي: $f(x)=\sqrt{2-x}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$
3. أدرس الفرع الشلجمي لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2-x\geq 0\}$

$x\leq 2\Leftrightarrow 2-x\geq 0$

ومنه: $D_f=]-\infty;2]$

2) $\lim_{x\to-\infty}2-x=+\infty$ ومنه: $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

3) $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{2-x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{2-x}\right)^2}{x\sqrt{2-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2-x}{x\sqrt{2-x}}$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2-x}{x}\times\frac{1}{\sqrt{2-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{x}\times\frac{1}{\sqrt{2-x}}=-1\times 0=0$

__التأويل المبياني:__ منحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $-\infty$

مثال2: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي: $f(x)=x\sqrt{x-1}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس الفرع الشلجمي لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-1\geq 0\}$

$x\geq 1\Leftrightarrow x-1\geq 0$

ومنه: $D_f=[1;+\infty[$

2) $\lim_{x\to+\infty}x-1=+\infty$ ومنه: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x-1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-1}=+\infty$

__التأويل المبياني:__ منحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

تعريف 2:

إذا كانت $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ حيث $(a\in\mathbb{R}^*)$ و $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(ax))=\infty$

نقول إن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y=ax$ بجوار $+\infty$.

نعرف بالمثل الفروع الشلجمية بجوار $-\infty$.

مثال1: لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\sqrt{2x-1}-x$$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f.
2) أحسب: $\lim_{x\to+\infty}f(x)$
3) أدرس الفروع ألانهائية لمنحنى الدالة f.

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x-1\geq 0\}$

$x\geq\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2x-1\geq 0$

ومنه: $D_f=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}-x$ ش غ م

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}-x=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2}\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-x=\lim_{x\to+\infty}|x|\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-x=\lim_{x\to+\infty}x\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-1\right)=-\infty$$

3) $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x-1}-x}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x-1}}{x}-1=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}}{x}-1$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\left(\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-1=-1$$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(-1x))=\lim_{x\to+\infty}f(x)+x=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x-1}=+\infty$$

__التأويل المبياني:__ منحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ بجوار $+\infty$

III. تقعر منحنى-نقط انعطاف:

خاصية: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال I و (C_f) منحناها في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

- إذا كانت f'' موجبة على المجال I فإن للمنحنى (C_f) تقعرا موجهها نحو محور الأراتيب الموجبة.
- إذا كانت f'' سالبة على المجال I فإن للمنحنى (C_f) تقعرا موجهها نحو محور الأراتيب السالبة.
- إذا كانت f'' تنعدم في النقطة $x_0\in I$ وتتغير إشارتها بجوار x_0 فان النقطة $A(x_o;f(x_o))$ نقطة انعطاف المنحنى (C_f).

مثال: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كالتالي: $f(x)=\frac{1}{12}x^4-2x^2+x+\frac{2}{3}$

1. أحسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$
2. أدرس تقعر المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع تحديد نقطتي انعطافه

الجواب : (1

$$f'(x)=\left(\frac{1}{12}x^4-2x^2+x+\frac{2}{3}\right)'=\frac{1}{12}4\times x^3-4x+1=\frac{1}{3}x^3-4x+1$$

$$f''(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-4x+1\right)'=x^2-4$$

(2 $f''(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2-2^2=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0$

$\Leftrightarrow x=2$ أو $x=-2$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$

• تقعر (C_f) موجه نحو محورالأراتيب الموجبة على المجال: $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$

• تقعر (C_f) موجه نحو محور الأراتيب الموجبة على المجال: $[-2,2]$

يمكن تلخيص النتائج في جدول التقعر

المشتقة الثانية تنعدم وتتغير اشارتها في : $x_0=-2.;x_0=2$

اذن هناك نقطتي انعطاف هما : $A(2;f(2))$ و $A(-2;f(-2))$

IV.محور تماثل-مركز تماثل:

خاصيات:

لتكن f دالة عددية معرفة على D , و (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم و a و b عنصرين من $\mathbb{R}$.

▪ يكون المستقيم ذو المعادلة: $x=a$ محور تماثل للمنحنى (C) إذا وفقط إذا كان:

لكل x من D , لدينا: $(2a-x)\in D$ و $f(2a-x)=f(x)$

▪ تكون النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تماثل للمنحنى (C) إذا و فقط إذا كان:

لكل x من D , لدينا: $(2a-x)\in D$ و

$f(2a-x)=2b-f(x)$.

ملحوظة:

▪ إذا كانت f دالة زوجية فان محور الأراتيب محور تماثل منحناها (في معلم متعامد)

▪ إذا كانت f دالة فردية فان أصل المعلم مركز تماثل منحناها.

مثال1: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي : $f(x)=\sqrt{x-x^2}$

1. حدد حيز تعريف الدالة f
2. بين أن المستقيم $x=\frac{1}{2}$ محور تماثل للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f

الجواب:

(1 $f(x)=\sqrt{x-x^2}$ $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-x^2\geq 0\}$

$x-x^2=0 \Leftrightarrow x(1-x)=0 \Leftrightarrow x=0$ أو $x=1$

ومنه جدول الاشارة :

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$x-x^2$	$-$	0	$+$	0	$-$

ومنه: $D_f=[0,1]$

(2 $x=a$ يعني $x=\frac{1}{2}$

أ)نبين أنه : اذا كانت $x\in[0,1]$ فان : $1-x\in[0,1]$ ؟؟؟

$\Leftrightarrow 1-1\leq 1-x\leq 1+0 \Leftrightarrow -1\leq -x\leq 0 \Leftrightarrow 0\leq x\leq 1 \Leftrightarrow x\in[0,1]$

$1-x\in[0,1] \Leftrightarrow 0\leq 1-x\leq 1 \Leftrightarrow$

ب)نبين أن : $f(1-x)=f(x)$ ؟؟؟؟

$f(1-x)=\sqrt{(1-x)-(1-x)^2}=\sqrt{1-x-(1-2x+x^2)}$

$=\sqrt{1-x-1+2x-x^2}=\sqrt{x-x^2}=f(x)$

ومنه $x=\frac{1}{2}$ محور تماثل منحنى الدالة f .

مثال2: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{x^2-x}{x+1}$

1. بين أن $\forall\in D_f \quad f(x)=x-2+\frac{2}{x+1}$
2. بين أن النقطة $\Omega(-1;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .

الجواب: (1 $x-2+\frac{2}{x+1}=\frac{(x-2)(x+1)+2}{x+1}=\frac{x^2-x}{x+1}=f(x)$

(2 $\Omega(-1;-3)$ $\Omega(a;b)$

أ)نبين أنه : اذا كانت $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ فان : $-2-x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ ؟؟؟

$\Leftrightarrow -2-x\neq -2+1 \Leftrightarrow -x\neq 1 \Leftrightarrow x\neq -1 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

$-2-x\in\mathbb{R}-\{-1\} \Leftrightarrow -2-x\neq -1 \Leftrightarrow$

ب)نبين أن : $f(-2-x)+f(x)=-6=2b$ ؟؟؟؟

$$f(-4-x)+f(x)=-4-x-1+\frac{1}{-4-x+2}+x-1+\frac{1}{x+2}$$

$$=-4-2+\frac{1}{-x-2}+\frac{1}{x+2}=-6+-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}=-6$$

ومنه $\Omega(-2;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .

V. دراسة بعض الدوال:

1)دراسة دالة حدودية:

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f
4. أدرس الفروع اللانهاية لمنحنى الدالة f
5. أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها
6. حدد جدول تغيرات الدالة f
7. حدد معادلة لمماس المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في النقطة A التي أفصولها $x_0=-1$
8. حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم.
9. حدد مطا ريف الدالة f اذا وجدت
10. أرسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

أجوبة : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x$ (1 $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2أ) اذا كانت $x\in\mathbb{R}$ فان $-x\in\mathbb{R}$

ب) $f(-x)=\frac{1}{3}(-x)^3-4(-x)=-\frac{1}{3}x^3-4(-x)=-\left(\frac{1}{3}x^3-4x\right)=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

(3 $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

لأن نهاية دالة حدودية عند مالانهايةهي نهاية حدها الأكبر درجة

(4 $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{3}x^3}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{3}x^2=+\infty$

(C_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{3}x^3}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{3}x^2=+\infty$

(C_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $-\infty$

5) $f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3-4x\right)'=\frac{1}{3}3\times x^2-4=x^2-4$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow x^2-2^2=0\Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0$

$\Leftrightarrow x=2$ أو $x=-2$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x2-4$	$+$	0	$-$	0	$+$

(6

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$16/3$	$\searrow$	$-16/3$	$\nearrow$	$+\infty$

7)معادلة لمماس ل (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0=-1$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ و $f(-1)=\frac{11}{3}$ و $f'(-1)=-3$

$y=f(-1)+f'(-1)(x+1)\Leftrightarrow y=\frac{11}{3}-3(x+1)\Leftrightarrow y=-3x+\frac{2}{3}$

8) أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{1}{3}x^3-4x=0$

يعني $x\left(\frac{1}{3}x^2-4\right)=0$ يعني $x=0$ أو $\frac{1}{3}x^2-4=0$

يعني $x=0$ أو $x^2=12$ يعني $x=0$ أو $x=\sqrt{12}$ أو $x=-\sqrt{12}$

يعني $x=0$ أو $x=2\sqrt{3}$ أو $x=-2\sqrt{3}$

ومنه نقط التقاطع هم : $A(2\sqrt{3};0)$ و $B(-2\sqrt{3};0)$ و $O(0;0)$

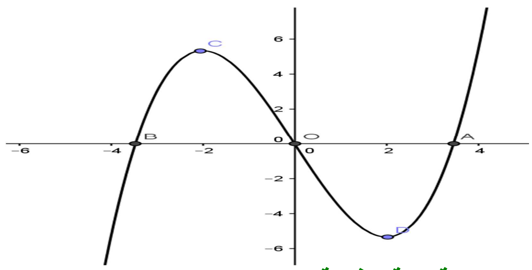
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=0$ ومنه نقطة التقاطع هي: $O(0;0)$

9) $f(2)=-\frac{16}{3}$ هي قيمة دنيا للدالة f

$f(-2)=\frac{16}{3}$ هي قيمة قصوى للدالة f

10)التمثيل المبياني للدالة f



2)دراسة دالة جذرية:

مثال: لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x+2}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث

لدينا: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}$ $\forall x\in D_f$

3. أحسب النهايات عند محدات D_f
4. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f

(تحديد معادلة المقاربات و المقاربات المائلة ل C_f.)

5. بين أن النقطة $\Omega(-2;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .
6. حدد الدالة المشتقة و ادرس إشارتها.
7. أعط جدول تغيرات f على D_f .
8. حدد احداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم.
9. أعط معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول 0.
10. أنشئ المنحنى C_f .

أجوبة :

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+2\neq0\}$ ومنه

$D_f=\mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$

2)نقوم بالقسمة الاقليدية ل x^2+x-1 على $x+2$ فنجد :

$x^2+x-1=(x+2)(x-1)+1$

اذن : $f(x)=\frac{(x+2)(x-1)+1}{x+2}=\frac{(x+2)(x-1)}{x+2}+\frac{1}{x+2}=x-1+\frac{1}{x+2}$

ومنه : $a=1$ و $b=-1$ و $c=1$

3) $\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\frac{x^2+x-1}{x+2}=\frac{1}{0^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\frac{x^2+x-1}{x+2}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$

4) $x=-2$ مقارب للمنحنى (C_f)

$f(x)=x-1+\frac{1}{x+2}$ يعني $f(x)-(x-1)=\frac{1}{x+2}$

يعني $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{+\infty}=0$ ومنه المستقيم

ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ولدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{-\infty}=0$ ومنه المستقيم

ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

5) $\Omega(-2;-3)$ $\Omega(a;b)$

أ)نبين أنه : اذا كانت $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ فان : $-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ ؟؟؟

$\Leftrightarrow -4-x\neq-4+2\Leftrightarrow -x\neq2\Leftrightarrow x\neq-2\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\{-2\}$

$-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}\Leftrightarrow -4-x\neq-2\Leftrightarrow$

ب)نبين أن : $f(-4-x)+f(x)=-6=2b$ ؟؟؟؟

$f(-4-x)+f(x)=-4-x-1+\frac{1}{-4-x+2}+x-1+\frac{1}{x+2}$

$=-4-2+\frac{1}{-x-2}+\frac{1}{x+2}=-6+-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}=-6$

ومنه $\Omega(-2;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .

6) $f'(x)=\left(x-1+\frac{1}{x+2}\right)'=1-\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)^2-1}{(x-2)^2}$ يعني

$f'(x)=\frac{(x+2)^2-1^2}{(x+2)^2}=\frac{(x+2-1)(x+2+1)}{(x+2)^2}=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة : $(x+1)(x+3)$

$(x+1)(x+3)=0$ يعني $x+1=0$ أو $x+3=0$ يعني $x=-1$ أو $x=-3$

جدول الإشارة :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

7) جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

8) أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{x^2+x-1}{x+2}=0$

يعني $x^2+x-1=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=1$ و $b=1$ و $c=-1$

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-1)=5>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ **و** $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-1+\sqrt5}{2}$ **و** $x_1=\frac{-1-\sqrt5}{2}$

ومنه نقط التقاطع هما: $A\left(\frac{-1+\sqrt5}{2};0\right)$ أو $B\left(\frac{-1-\sqrt5}{2};0\right)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=-\frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C\left(0;-\frac{1}{2}\right)$

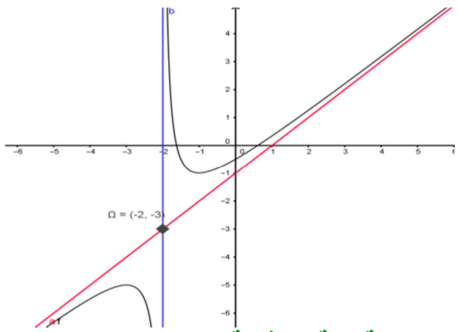
9) معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول 2.

2) $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

$f'(0)=\frac{(0+1)(0+3)}{(0+2)^2}=\frac{3}{4}$ و $f(0)=-\frac{1}{2}$

$y=f(0)+f'(0)(x-0) \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}x$

10)التمثيل المبياني للدالة :



3)دراسة دالة لاجذرية:

مثال: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي :

$f(x)=-1+\sqrt{1-x}$

ليكن (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)أ)حدد D_f حيز تعريف الدالة f ب)ب)حدد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ج)أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار عند $x_0=1$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

2)أدرس تغيرات الدالة f و حدد جدول تغيرات الدالة f

3)أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f

4) أ)بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده

ب)حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J

ج)املأ الجدول التالي

x	-8	-3	0	1
$f(x)$				

وأنشئ (C_f) و$(C_{f^{-1}})$ منحنى الدالة f^{-1} في نفس المعلم

أجوبة : 1)أ) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/1-x\geq0\}$

$x\leq1\Leftrightarrow 1-x\geq0$

ومنه: $D_f=]-\infty;1]$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}1-x=+\infty$ ومنه: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

ج)دراسة قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار عند $x_0=1$:

$$\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{\sqrt{1-x}}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{\left(\sqrt{1-x}\right)^2}{(x-1)\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to1^-}\frac{1-x}{(x-1)\sqrt{1-x}}$$

$$\lim_{x\to1^-}\frac{1-x}{(x-1)\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to1^-}\frac{-1}{\sqrt{1-x}}=-\infty$$

ومنه f غير قابلة للاشتقاق على اليسار عند $x_0=1$:

ومبيانيا نقول ان منحنى الدالة f يقبل نصف مماس يوازي محور الأراتيب

على يسار النقطة : $A(1;f(1))$ أي $A(1;-1)$ وموجه نحو الأعلى

2) $\forall x\in]-\infty;1]\ f'(x)=\left(-1+\sqrt{1-x}\right)'=0+\frac{(1-x)'}{2\sqrt{1-x}}=\frac{-1}{2\sqrt{1-x}}<0$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	1
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-1

3) $$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1+\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{x}+\frac{\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{x}+\frac{\left(\sqrt{1-x}\right)^2}{x\sqrt{1-x}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{x}+\frac{1-x}{x\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{x}+\frac{1-x}{x}\times\frac{1}{\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{x}+\frac{-x}{x}\times\frac{1}{\sqrt{1-x}}=0-1\times0=0$$

<u>التأويل المبياني</u>: منحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $-\infty$

4) أ) f دالة متصلة على المجال $I=]-\infty;1]$ و f تناقصية قطعا

ومنه f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة

على مجال: $J=f(I)=f(]-\infty;1])=[-1;+\infty[$

ب) $\begin{cases}y=f^{-1}(x)\\x\in f(I)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f(y)=x\\y\in I\end{cases}$

$\begin{cases}f(y)=x\\y\in]-\infty;1]\end{cases}$ يعني $-1+\sqrt{1-y}=x$

يعني $\sqrt{1-y}=x+1\ 2y-1=x^2$

يعني $\left(\sqrt{1-y}\right)^2=(x+1)^2$ يعني $1-y=(x+1)^2$ يعني $y=1-(x+1)^2$

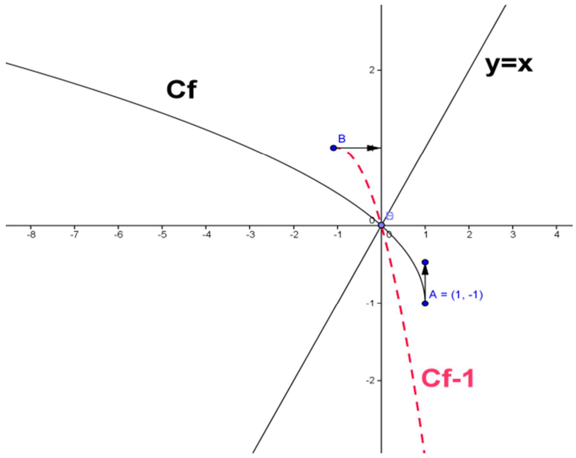
يعني $y=-x^2-2x$

ومنه : $\forall x\in[-1;+\infty[\ f^{-1}(x)=-x^2-2x$

4) ج)

x	-8	-3	0	1
$f(x)$	2	1	0	-1

منحنى الدالة f^{-1} هو مماثل منحنى الدالة f بالنسبة للمستقيم $y=x$: في معلم متعامد ممنظم



<u>تمرين: للبحث</u> نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي :

$f(x)=\sqrt{x-2x^2}$ ليكن (C_f) الممثل للدالة f

في معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ بحيث $\|\vec{i}\|=8cm$

1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين عند $x_0=0$ وعلى اليسار عند $x_0=2$ وأعط تأويلا هندسيا للنتائج المحصل عليها

3) بين أن المستقيم ذا المعادلة $x=\frac{1}{4}$ محور تماثل للمنحنى (C_f)

4)أنشئ (C_f)بين أن قصور الدالة f على المجال $I=\left[0;\frac{1}{4}\right]$

تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده وحدد $f^{-1}(x)$

لكل x من J

<u>مثال:</u> لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أحسب النهايات عند محدات D_f
4. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f

(تحديد معادلة المقاربات و المقاربات المائلة ل C_f .)

5. بين أن النقطة $\Omega(-2;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .
6. حدد الدالة المشتقة و ادرس إشارتها.
7. أعط جدول تغيرات f على D_f .
8. حدد احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم.
9. أعط معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول 0.
10. أنشئ المنحنى C_f .

<u>أجوبة :</u>

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+2\neq 0\}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$

2)نقوم بالقسمة الاقليدية ل x^2+x-1 على $x+2$ فنجد : $x^2+x-1=(x+2)(x-1)+1$

اذن : $f(x)=\dfrac{(x+2)(x-1)+1}{x+2}=\dfrac{(x+2)(x-1)}{x+2}+\dfrac{1}{x+2}=x-1+\dfrac{1}{x+2}$

ومنه : $a=1$ و $b=-1$ و $c=1$

3) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-1}{x+2}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-1}{x+2}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

4) $x=-2$ مقارب للمنحنى (C_f)

$f(x)=x-1+\frac{1}{x+2}$ يعني $f(x)-(x-1)=\frac{1}{x+2}$

يعني $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{+\infty}=0$ ومنه المستقيم

ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ولدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{-\infty}=0$ ومنه المستقيم

ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

5) $\Omega(-2;-3)$ $\Omega(a;b)$

أ)نبين أنه : اذا كانت $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ فان : $-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ ؟؟؟

$-4-x\in\mathbb{R}-\{-2\}\Leftrightarrow -4-x\neq-2\Leftrightarrow\Leftrightarrow -4-x\neq-4+2\Leftrightarrow -x\neq 2\Leftrightarrow x\neq-2\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\{-2\}$

ب)نبين أن : $f(-4-x)+f(x)=-6=2b$ ؟؟؟؟

$$f(-4-x)+f(x)=-4-x-1+\frac{1}{-4-x+2}+x-1+\frac{1}{x+2}$$

$$=-4-2+\frac{1}{-x-2}+\frac{1}{x+2}=-6+-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}=-6$$

ومنه $\Omega(-2;-3)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .

6) $f'(x)=\left(x-1+\frac{1}{x+2}\right)'=1-\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)^2-1}{(x-2)^2}$ يعني

$$f'(x)=\frac{(x+2)^2-1^2}{(x+2)^2}=\frac{(x+2-1)(x+2+1)}{(x+2)^2}=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة : $(x+1)(x+3)$

$(x+1)(x+3)=0$ يعني $x+1=0$ أو $x+3=0$ يعني $x=-1$ أو $x=-3$

جدول الإشارة :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

7) جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty \ \|\| \ +\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

8) أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{x^2+x-1}{x+2}=0$

يعني $x^2+x-1=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=1$ و $b=1$ و $c=-1$

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-1)=5>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ **و** $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ **و** $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

ومنه نقط التقاطع هما: $A\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};0\right)$ أو $B\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};0\right)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=-\frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C\left(0;-\frac{1}{2}\right)$

9) معادلة المماس في النقطة ذات الأفصول 2.

$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ (2

$f(0) = -\frac{1}{2}$ و $f'(0) = \frac{(0+1)(0+3)}{(0+2)^2} = \frac{3}{4}$

$y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4}x \Leftrightarrow y = f(0) + f'(0)(x-0)$

10)التمثيل المبياني للدالة :