2ع ت — حساب الإحتمال

1.التعداد :

خاصية : (المبدا الاساسي للتعداد – او مبدا الجداء)

لتكن E تجربة تتطلب نتائجها k اختيارا

اذا كان الاختيار الاول يتم ب n_1 طريقة مختلفة

و الاختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة

والاختيار k يتم ب n_k طريقة مختلفة .

فان عدد النتائج الممكنة هوالجداء $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$

تعريف : (الترتيبات – التبديلات)

ليكن n و p عنصرين من N^*

. كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر (مع امكانية تكرار نفس العنصر)يسمى ترتيبة بتكرار ل p عنصر من بين n عنصر .

. كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر يسمى ترتيب بدون تكرار ل p عنصر من بين n عنصر (هذا ممكن اذا كان $1 \le p \le n$) .

. كل ترتيبة بدون تكرار ل n عنصر من بين n عنصر تسمى تبديلة ل n عنصر .

تعريف : (التاليفات)

ليكن n و p عنصرين من N حيث $0 \le p \le n$.

وليكن E مجموعة مكونة من n عنصر

كل جزء من E يتكون من p عنصر يسمى تاليفة ل p عنصر من بين n عنصر

خاصية : (حساب الاختيارات)

ليكن n و p عنصرين من N^*

. عدد الترتيبات بتكرار ل p عنصر من بين n عنصر هو n^p .

. عدد الترتيبات بدون تكرار ل p عنصر من بين n عنصر (حيث $1 \le p \le n$) هو :

$n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)$ ونرمز له بالرمز A_n^p

. عدد الترتيبات ل n عنصر من بين n عنصر هو $n(n-1)(n-2)\ldots 2.1$ ونرمز له بالرمز $n!$ واصطلاحا $0!=1$.

. عدد التاليفات المكونة من p عنصر من بين n عنصر هو $\frac{A_n^p}{p!}$ ونرمز له بالرمز C_n^p

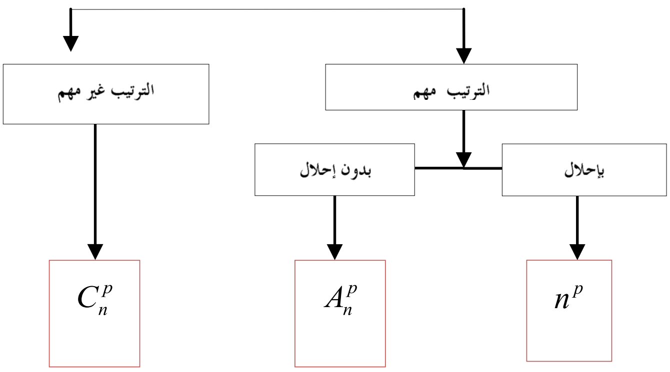
نتائج:

ليكن n من N^* وp عددا صحيحا طبيعيا حيث $0 \le p \le n$

. $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$. $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

. $C_n^p = C_n^{n-p}$

.علاقة باسكال: $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{P+1}$ $(p+1 \le n)$



حيث في حالة سحب كرات من كيس :

n هو عدد الكرات الموجودة في الكيس و p هو عدد الكرات التي نريد سحبها

2.احتمال على مجموعة منتهية :

تعريف: (احتمال على مجموعة منتهية)

ليكن $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ كون إمكانيات تجربة عشوائية

عندما نربط كل جزء A من Ω بعدد حقيقي $p(A)$ بحيث :

. $p(\Omega) = 1$

. $\forall (A,B) \in P(\Omega)^2 \quad A \cap B \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

نقول إننا عرفنا احتمالا على Ω .

مصطلحات

.الزوج (Ω, p) يسمى فضاءا احتماليا منتهيا

.كل جزء من Ω يسمى حدثا

.لكل i من $\{1;2;..n\}$ الحدث $\{\omega_i\}$ يسمى حدثا ابتدائيا

. اذا كان $A \cap B = \Phi$ نقول ان A و B حدثين غير منسجمين

نتائج

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا و A و B حدثين

. $p(\Phi) = 0$

. $0 \le p(A) \le 1$

. $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$ (حيث $\overline{A}$ متمم A في Ω)

. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

2 ع ت حساب الإحتمال

خاصية : (فرضية تساوي الاحتمالات)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا

اذا كانت جميع الاحداث الابتدائية متساوية الاحتمال نقول ان فرضية تساوي الاحتمالات محققة واحتمال كل حدث A في هذه الحالة هو

$$p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)}$$

3.الاحتمال الشرطي :

تعريف : (الاحتمال الشرطي)

ليكن (Ω, p) يسمى فضاءا احتماليا منتهيا . و A و B حدثين بحيث $p(A) \neq 0$

احتمال B علما ان A محقق هو $\frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

ونرمز له بالرمز $p_A(B)$ او $p(B/A)$

خاصية : (صيغة الاحتمالات المركبة)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا و A و B حدثين حيث $p(A)p(B) \neq 0$ لدينا $p(A/B)p(B) = p(B)p(B/A)$

تعريف : (تجزئة)

نقول ان الاحداث B_1 و B_2 و.....و B_n تكون تجزئة للفضاء Ω اذا كان :

. الاحداث B_1 و B_2 و.....و B_n غير منسجمة مثنى مثنى .

. $B_1 \cup B_2 \cup ..... \cup B_n = \Omega$

خاصية : (صيغة الاحتمالات الكلية)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا و B_1 و B_2 و.....و B_n تجزئة حيث $\forall i \in [1,n] \quad p(B_i) \neq 0$

لكل A حدث ضمن Ω لدينا $p(A) = \sum_{i=1}^{n} p(A/B_i)p(B_i)$

تعريف : (استقلالية حدثين)

A و B مستقلين اذا كان : $p(A \cap B) = p(A)p(B)$

خاصية : (استقلالية اختبارات)

اذا كان P احتمال الحدث A. واعدنا نفس الاختبار n مرة في ظروف مستقلة فان احتمال وقوع k مرة الحدث هو $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

4.المتغير العشوائي :

تعريف : (المتغير العشوائي)

(Ω, p) فضاء احتمالي منته

عندما نربط كل عنصر من Ω بعدد x_i نقول أننا عرفنا متغيرا عشوائيا على $[a,b]$ على Ω .

تعريف : (قانون احتمال المتغير)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منته و X متغير عشوائي معرف على Ω

.المجموعة $X(\Omega) = \{x_1, ..., x_m\}$ تسمى مجموعة قيم X .

.الدالة العددية التي تربط كل قيمة x_i بالعدد $p(X = x_i)$ تسمى قانون احتمال المتغير X

تعريف : (وسيطات المتغير العشوائي)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منته و X متغير عشوائي معرف على Ω

.الامل الرياضي $E(X) = \sum_{k=1}^{m} x_k . p(X = x_k)$

.المغايرة $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

.الانحراف الطرازي $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

5.القانون الحداني :

تعريف : (المتغير العشوائي الحداني)

ليكن n عدد موجب و $p \in [0,1]$ عدد حقيقي

المتغير العشوائي X الذي قانونه الاحتمالي معرف بما يلي

$$\forall k \in [0,n] \quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

يسمى متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه n و p .

خاصية : (وسيطات المتغير العشوائي الحداني)

ليكن X متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه n و p لدينا

. الامل الرياضي $E(X) = np$

. المغايرة $V(X) = np(1-p)$