تصحيح التمرين 1

التجربة " سحب كرتين في آن واحد من الكيس "

ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega = C_{14}^{2} = 91$

1) A " سحب كرتين من نفس اللون "

لدينا : $cardA = C_6^2 + C_8^2 = 15 + 28 = 43$

إذن : $p(A) = \dfrac{cardA}{card\,\Omega} = \dfrac{43}{91}$

2) B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

لدينا : $cardB = C_9^2 + C_5^2 = 36 + 10 = 46$

إذن : $p(B) = \dfrac{cardB}{card\,\Omega} = \dfrac{46}{91}$

3) لدينا : $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$

لنحسب : $p(A \cap B)$

لدينا : $A \cap B$ " الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم و نفس اللون "

لدينا : $card(A \cap B) = C_4^2 + C_5^2 + C_2^2 + C_3^2 = 6 + 10 + 1 + 3 = 20$

إذن : $p(A \cap B) = \dfrac{20}{91}$

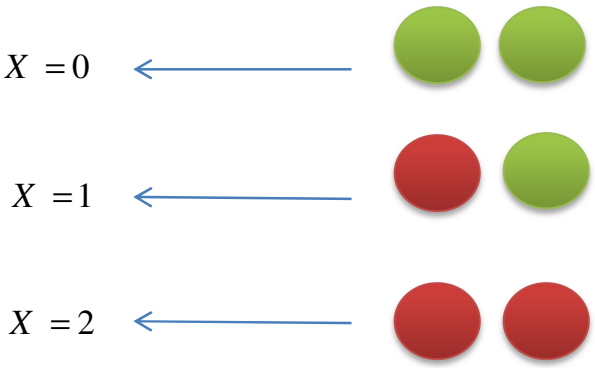
و نعلم أن $p(A \cap B) = \dfrac{43}{91}$

و منه : $p_A(B) = \dfrac{\frac{20}{91}}{\frac{43}{91}} = \dfrac{20}{43}$

4) بما أن $p_A(B) \neq p(B)$ فإن A و B غير مستقلين .

5) X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة

أ)



ب) $p(X=0)=\frac{C_8^2}{91}=\frac{28}{91}$

$p(X=1)=\frac{C_8^1\times C_6^1}{91}=\frac{8\times 6}{91}=\frac{48}{91}$

$p(X=2)=\frac{C_6^2}{91}=\frac{15}{91}$

قانون احتمال X :

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{28}{91}$	$\frac{48}{91}$	$\frac{15}{91}$

ج) الأمل الرياضي :

$$E(X)=\left(0\times\frac{28}{91}\right)+\left(1\times\frac{48}{91}\right)+\left(2\times\frac{15}{91}\right)=\frac{78}{91}$$

المغايرة :

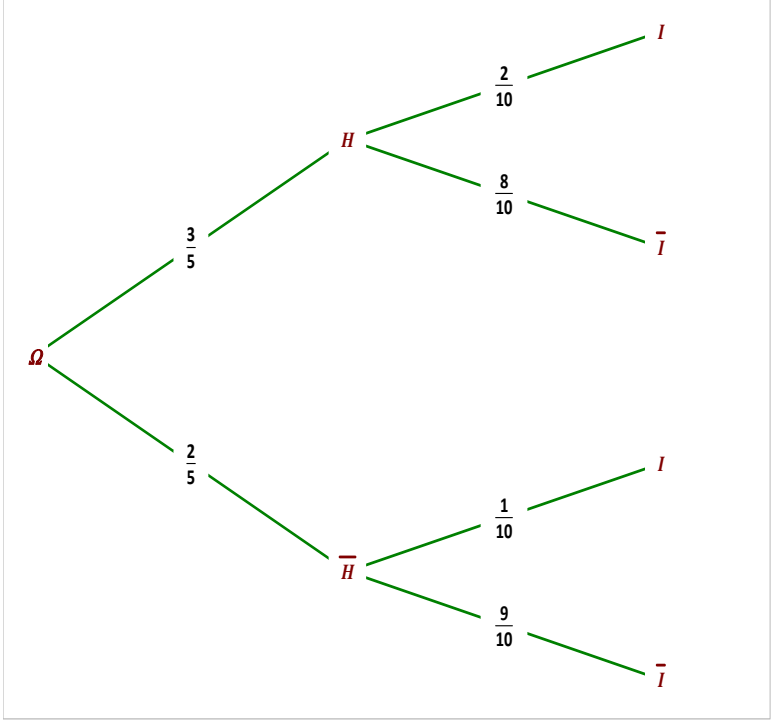
$$V(X)=\left(0^2\times\frac{28}{91}\right)+\left(1^2\times\frac{48}{91}\right)+\left(2^2\times\frac{15}{91}\right)-\left(\frac{78}{91}\right)^2=\frac{3780}{8281}$$

الإنحراف الطرازي :

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{3780}{8281}}\approx 0,67$$

تصحيح التمرين 2

H " الشخص المختار رجل "
I " الشخص المختار له دراية بالإعلاميات "



(1

$$p(A_1)=p(H\cap I)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{10}=\frac{3}{25}$$
$$p(A_2)=p(H\cap \overline{I})=\frac{3}{5}\times\frac{8}{10}=\frac{12}{25}$$
$$p(A_3)=p(\overline{H}\cap I)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$$
$$p(A_4)=p(\overline{H}\cap \overline{I})=\frac{2}{5}\times\frac{9}{10}=\frac{9}{25}$$

(2

$$p_I(\overline{H})=\frac{p(\overline{H}\cap I)}{p(I)}=\frac{p(A_3)}{p(A_1)+p(A_3)}=\frac{\frac{1}{25}}{\frac{3}{25}+\frac{1}{25}}=\frac{\frac{1}{25}}{\frac{4}{25}}=\frac{1}{4}$$

تصحيح التمرين 3

$$\begin{cases} \sum_i p_i = 1 \\ E(X) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_i p_i = 1 \\ \sum_i p_i x_i = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,25 + a + b + 0,05 + 0,25 = 1 \\ (-4 \times 0,25) + (-3 \times a) + (1 \times b) + (3 \times 0,05) + (4 \times 0,25) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0,45 \\ -3a + b = -0,15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,15 \\ b = 0,30 \end{cases}$$

تصحيح التمرين 4

1) V " اختيار جواب صحيح "

لدينا : $p(V) = \frac{1}{4}$

Y متغير عشوائي حداني و سيطاه $n = 10$ و $p = p(V) = \frac{1}{4}$

A " التلميذ حصل على ثلاثة أجوبة صحيحة "

$$p(A) = p(Y = 3) = C_{10}^3 p^3 (1-p)^{10-3} = 120 \times \frac{1}{64} \times \frac{2187}{16384} = \frac{32805}{131072}$$

B " التلميذ حصل على الأقل على جوابين صحيحين "

$$p(B) = p(Y \geq 2)$$
$$p(B) = 1 - p(Y < 2)$$
$$p(B) = 1 - \left(p(Y = 0) + p(Y = 1)\right)$$
$$p(B) = 1 - \left(C_{10}^0 p^0 (1-p)^{10-0} + C_{10}^1 p^1 (1-p)^{10-1}\right)$$
$$= \frac{792697}{1048576}$$

2)
$$E(Y) = n \times p = 10 \times \frac{1}{4} = 2,5$$
$$V(Y) = n \times p \times (1-p) = 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 1,875$$
$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} \approx 1,37$$

تصحيح التمرين 5

التجربة " سحب في آن واحد ثلاث كرات من U_1 "

ليكن Ω_1 كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega_1 = C_9^3 = 84$

1) A " سحب كرتين سوداوين و كرة حمراء "

$$cardA = C_3^2 \times C_2^1 = 3 \times 2 = 6$$

$$p(A) = \frac{6}{84} = \frac{1}{14}$$

B " سحب ثلاث كرات من نفس اللون "

$$cardB = C_4^3 + C_3^3 = 4 + 1 = 5$$

$$p(B) = \frac{5}{84}$$

C " سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل "

$\overline{C}$ " عدم سحب أية كرة بيضاء "

لدينا : $p(\overline{C}) = \frac{C_5^3}{84} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

إذن : $p(C) = 1 - p(\overline{C}) = 1 - \frac{5}{42} = \frac{37}{42}$

2) X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة

$$(X = 3) \longleftarrow B, N, R$$

$$p(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{84} = \frac{2}{7}$$

$$(X = 2) \longleftarrow \begin{cases} B, B, \overline{B} \\ R, R, \overline{R} \\ N, N, \overline{N} \end{cases}$$

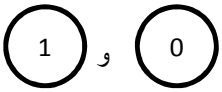
$$p(X = 2) = \frac{C_4^2 \times C_5^1 + C_3^2 \times C_6^1 + C_2^2 \times C_7^1}{84} = \frac{55}{84}$$

3) F " سحب كرتين بيضاوين من U_2 "

$$p_B(F)=\frac{p(F\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{C_4^3}{84}\times\frac{C_5^2}{C_6^2}+\frac{C_3^3}{84}\times\frac{C_2^2}{C_6^2}}{\frac{5}{84}}=\frac{41}{75}$$

تصحيح التمرين 6

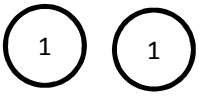
1) التجربة " سحب في آن واحد بيدقتين من الكيس "
ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة
لدينا : $card\,\Omega=C_9^2=36$
A " مجموع العددين اللذين تحملاهما البيدقتين المسحوبتين يساوي 1 "



$$cardA=C_5^1\times C_4^1=20$$

$$p(A)=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$

2) أ) B " فوز سعيد "



$$p(B)=\frac{C_4^2}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

ب) لدينا تكرار لاختبار:
$n=3$: عدد المرات التي لعب فيها سعيد اللعبة السابقة
$k=2$: فوز سعيد باللعبة مرتين بالضبط
$p=p(B)=\frac{1}{6}$: احتمال فوز سعيد
إذن : احتمال فوز سعيد مرتين بالضبط هو :

$$C_3^2\times p^2\times(1-p)^{3-2}=3\times\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{5}{72}$$

تصحيح التمرين 7

التجربة " سحب 3 كرات بالتتابع و بإحلال من الكيس "

ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega = 10^3 = 1000$

A " الكرات الثلاث لها نفس اللون "

$$cardA = 5^3 + 3^3 + 2^3 = 160$$

$$p(A) = \frac{160}{1000} = \frac{4}{25}$$

B " الحصول على كرة من كل لون "

$$p(B) = \frac{6\times\left(5^1\times 3^1\times 2^1\right)}{1000} = \frac{9}{50}$$

C " الحصول على الأقل على كرتين حمراوين "

$$p(C) = \frac{3\times\left(5^2\times 5^1\right)}{1000} = \frac{15}{40}$$

تصحيح التمرين 8

التجربة " سحب بالتتابع و بدون إحلال 3 كرات من الصندوق "

ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega = A_6^3 = 120$

X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق

(1

$$B,B,B \longleftarrow (X=0)$$

$$p(X=0) = \frac{A_3^3}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$\begin{cases} B,B,\overline{B} \\ B,\overline{B},B \\ \overline{B},B,B \end{cases} \longleftarrow (X=1)$$

$$p(X=1) = \frac{3\times A_3^2\times A_3^1}{120} = \frac{54}{120} = \frac{9}{20}$$

$$\begin{cases} \overline{B},\overline{B},B \\ \overline{B},B,\overline{B} \\ B,\overline{B},\overline{B} \end{cases} \longleftarrow (X=2)$$

$$p(X=1)=\frac{3\times A_3^1\times A_3^2}{120}=\frac{54}{120}=\frac{9}{20}$$

$$\overline{B},\overline{B},\overline{B} \longleftarrow (X=3)$$

$$p(X=3)=\frac{A_3^3}{120}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$$

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

2) الأمل الرياضي : $E(X)=\left(0\times\frac{1}{20}\right)+\left(1\times\frac{9}{20}\right)+\left(2\times\frac{9}{20}\right)+\left(3\times\frac{1}{20}\right)=\frac{30}{20}=1,5$

つづく