الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
1 / 4	-نموذج تجريبي -3 - دورة يونيو 2021	
******	ــ الموضوع ــ	
N° : S3B		
MAB		

إعداد : El-Ouarzazi Mohamed	♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣	RS2021

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الإمتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

مكونات الموضوع

✓ يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	حساب التكامل ، الدوال الأصلية	2 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	9 نقط

✓ ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (4 نقط)

نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2020$ و $u_{n+1} = \frac{2020}{2021}u_n + \frac{1}{2021}n + 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n \leq n + 2021$ — 0.75

2) **أ)** تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2021}(n + 2021 - u_n)$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) تزايدية — 0.5

ب) استنتج أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq 2020$ — 0.25

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $v_n = u_n - n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2020}{2021}$ — 0.5

ب) حدد v_n بدلالة n ثم استنتج تعبير u_n بدلالة n — 0.75

4) بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ — 0.25

5) حدد مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية n التي تحقق : $0 < n(u_n - v_n) \leq e^{-\ln\left(\frac{1}{17}\right)}$ — 1

التمرين الثاني (5 نقط)

I. نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 2 + \sqrt{3} + i$

1) أ) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ — 0.25

ب) تحقق أن $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{6}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{6}$ — 0.25

2) أ) بإخطاط $cos^2(\theta)$ (حيث θ حقيقي) بين أن $1 + \cos 2\theta = 2cos^2(\theta)$ — 1

ب) بين أن $a = 4cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + 4i\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ (نذكر أن $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$) — 0.5

ج) بين أن $a = 4\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$ هو شكل المثلثي للعدد a — 0.25

د) بين أن $\left(2\left(\frac{a}{4\cos\frac{\pi}{12}}\right) - 1\right)^{2021}$ عدد عقدي تخيلي صرف. (لاحظ أن $i^{2021} = i$) — 0.5

II. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C والتي ألحاقها على التوالي : $a = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ؛ $b = 1$ ؛ $c = -i$

1) بين أن $d = a + c - b$ هو لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة t ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$ — 0.25

2) لتكن النقطة M' ذات اللحق z' صورة النقطة M ذات اللحق z بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$ حيث $\mathcal{R}(C) = B$.

أ) بين أن $b = ac$ — 0.25

ب) بين أن $d - a = c(1 - a)$ — 0.25

ج) استنتج طبيعة المثلث ABD — 0.5

3) حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث : $|cz - b| = 3b^{10}$ — 0.5

التمرين الثالث (2 نقط)

1) بين أن $\int_0^1 2x\,(x^2-1)^{2020}dx = \frac{1}{2021}$ — 0.5

2) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1cm$

نعتبر الدالة العددية $t(x)$ المعرفة على المجال $[1\ ,\ e]$ بما يلي : $t(x) = \sqrt{1 - \ln x}$

0.5 أ) تحقق أن الدالة $U: x \mapsto 2x - x\ln x$ دالة أصلية للدالة $u : x \mapsto 1 - \ln x$ على المجال $[1\,,e]$

1 ب) بين أن $V = (e-2)\pi\ cm^3$ هو حجم المجسم المولد بدوران المنحنى (C_t) دورة كاملة حول محور الأفاصيل على المجال $[1\,,e]$.

مســـــألـــــة (9 نقط)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$

0.25 **1)** تحقق أن $g(2) = 0$

2) الجدول جانبه يمثل تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(2)$	↗	$+\infty$

0.25 بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (الوحدة $1cm$)

0.5 **1)** أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x) - (x-1)\big) = 0$ ثم استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

0.5 **2)** بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا ينبغي تحديد اتجاهه .

0.5 **3)** أ) بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 ب) أحسب $f'(2)$ ثم أول النتيجة هندسيا.

0.5 ج) بين أن f دالة تزايدية على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0.25 **4)** استنتج أن النقطة ذات الإحداثيات $(2\,;3)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

0.5 **5)** بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]0\,,0.5[$ حيث $f(\alpha) = 0$

0.5 **6)** بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $[0\,,+\infty[$ ويوجد تحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty\,,0]$

0.75 **7)** أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ، المنحنى (C_f) والمستقيم (D) . (نأخذ $f(0) = -1$)

(لاحظ أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين أفاصيلهما على التوالي 0.15 و 3.14)

الجزء الثالث :

0.25 **1)** بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$

0.5 **2)** أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ، $(C_{f^{-1}})$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} .

0.5 **3)** حدد في $\mathbb{R}$ حلا واحد للمعادلة $f^{-1}(x) + f(x-1) = 5$

الجزء الرابع :

لتكن h الدالة العددية المعرفة بـ $h(x) = xe^{-x+2}$ لكل x من $\mathbb{R}$

1) تحقق أن : $2h(x) + h'(x) - h''(x) = 3e^{-x+2}$ 0.75

2) حدد $H(x)$ الدالة الاصلية للدالة $h(x)$ على $\mathbb{R}$ (نأخذ $c = 0$) 0.75

3) أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 2$ 0.75

الله ولـــــي التوفيـــــــق