

# Exercices

## Savoir son cours

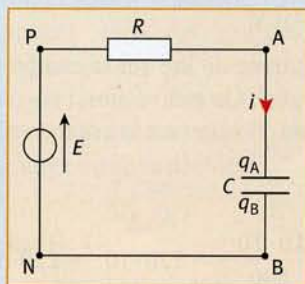
### Vrai ou faux ?

- 1 Lorsque la tension aux bornes d'un condensateur est doublée, l'énergie emmagasinée par ce condensateur est également doublée.
- 2 La capacité d'un condensateur s'exprime en farad et dépend de la tension appliquée à ses bornes.
- 3 La charge portée par l'une des armatures d'un condensateur peut présenter des discontinuités, mais pas la tension aux bornes du composant.

### QCM

À chaque question peuvent correspondre aucune, une seule ou plusieurs propositions correctes.

Pour toutes les questions qui suivent, on considérera le



circuit schématisé ci-dessous. Le condensateur a une capacité  $C = 470 \mu\text{F}$ , la résistance  $R$  vaut  $R = 10 \text{ k}\Omega$  et le générateur de tension continue a une force électromotrice  $E = 15 \text{ V}$ .

4 La relation algébrique liant la tension  $u_{AB}$  et la charge  $q_A$  de l'armature A est :

a.  $q_A = Cu_{AB}$ ;    b.  $q_A = -Cu_{AB}$ ;    c.  $q_A = Cu_{BA}$ ;

d.  $q_A = \frac{C}{u_{AB}}$ ;    e.  $u_{AB} = \frac{q_A}{C}$ .

5 La relation algébrique liant l'intensité  $i$  et la charge d'une des armatures du condensateur est :

a.  $i = \frac{dq_B}{dt}$ ;    b.  $i = -\frac{dq_B}{dt}$ ;    c.  $i = \frac{dq_A}{dt}$ .

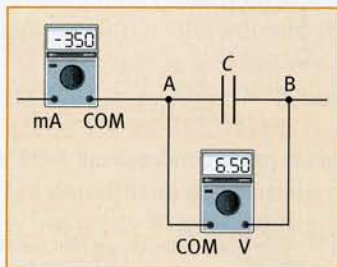
6 Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur au bout de 60 s ?

- a.  $5,3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ ;    b.  $0 \text{ J}$ ;    c. on ne peut pas la calculer par manque de donnée numérique.    d.  $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

## Exercices d'application

### Orientation et relations algébriques

7 On relève la tension aux bornes d'un condensateur de capacité  $C = 100 \mu\text{F}$ , ainsi que l'intensité du courant dans la branche dans laquelle il se trouve. Les valeurs sont indiquées à un instant  $t$  et évoluent au cours du temps.



1. Le circuit est-il en régime transitoire ou asymptotique ?
2. Quelle est la valeur de la tension  $u_{AB}$  à l'instant  $t$  ?
3. Calculer les valeurs des charges électriques  $q_A$  et  $q_B$  portées par les armatures A et B du condensateur à l'instant  $t$ . Laquelle est positive ?
4. En considérant le branchement de l'ampèremètre, orienter la branche AB. Préciser le sens du courant.
5. Écrire la relation entre  $i$  et  $u_{AB}$ . Est-on en convention générateur ou récepteur pour ce dipôle ?
6. Le condensateur est-il en cours de charge ? Justifier la réponse.

8 On considère la décharge d'un condensateur de capacité  $C$  dans un conducteur ohmique de résistance  $R$ . L'ampèremètre indique une valeur positive tout au long de l'expérience.

1. En analysant le branchement de l'ampèremètre, orienter le circuit. Indiquer le sens du courant, dont l'intensité est notée  $i$ .

2. Indiquer la convention utilisée pour le condensateur et pour le conducteur ohmique.

3. Écrire les relations : a. entre  $i$  et  $u_{AB}$ ; b. entre  $i$  et  $u_{EF}$ .

4. En appliquant la loi d'additivité des tensions, indiquer la relation entre  $u_{AB}$  et  $u_{EF}$ .

9 Un condensateur de capacité  $C$  et de bornes A et B est chargé. La charge électrique  $q_B$  portée par l'armature B est positive.

1. Représenter le condensateur par son symbole. Indiquer les charges électriques  $q_A$  et  $q_B$  portées par ses deux armatures. Flécher la tension  $u_{AB}$  à ses bornes.

2. Quelle est la relation entre  $q_A$  et  $q_B$  ?

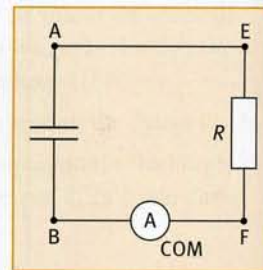
3. Le condensateur se décharge dans un conducteur ohmique.

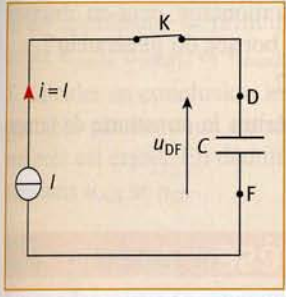
a. Orienter la branche en notant  $i$  l'intensité du courant, de manière à ce que le condensateur soit en convention récepteur.

b. Écrire les relations algébriques : a. entre  $i$  et  $q_B$ ; b. entre  $q_B$  et  $u_{AB}$ ; c. entre  $i$  et  $u_{AB}$ .

10 On effectue la charge d'un condensateur de capacité  $C = 22 \mu\text{F}$ , initialement non chargé, sous une intensité constante  $I = 2 \mu\text{A}$ .

1. Exprimer en fonction de  $I$  et de  $t$ , la charge de l'armature D du condensateur.

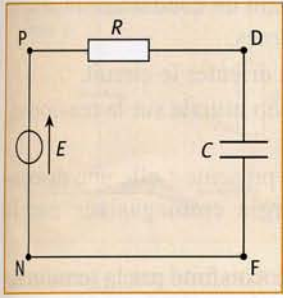




- Calculer sa valeur, si le circuit est fermé depuis 20 secondes.
- Exprimer et calculer à cet instant la tension  $u_{DF}$  aux bornes du condensateur.
- Quelle est la durée nécessaire pour charger le condensateur à la moitié de la tension maximale qu'il peut supporter, égale à 63 V?

## Dipôle RC. Constante de temps

11 On réalise le montage représenté ci-dessous.



- Orienter le circuit. En utilisant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle satisfaite par la tension  $u_{DF}(t)$ .
- Vérifier que la fonction proposée  $u_{DF}(t) = E(1 - e^{-t/RC})$  est solution de l'équation différentielle.
- Indiquer l'allure de la

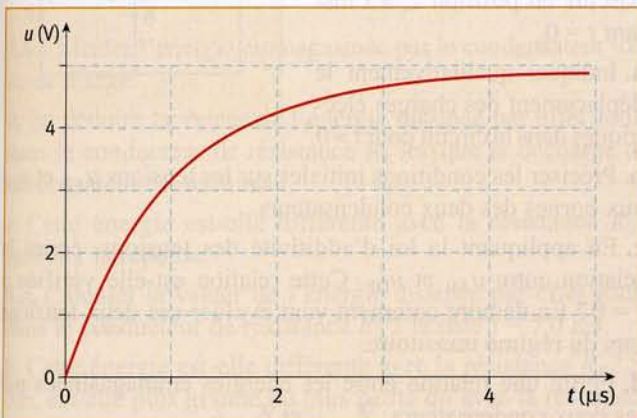
courbe d'évolution temporelle de la tension  $u_{DF}$ .

4. Même question pour l'intensité  $i$  du courant dans le circuit. On utilisera la convention récepteur pour le condensateur.

12 Un condensateur de capacité  $C = 3,3 \mu\text{F}$  se charge à travers une résistance  $R = 100 \text{ k}\Omega$  à l'aide d'un générateur de tension continue de force électromotrice  $E = 9 \text{ V}$ .

- Exprimer la constante de temps  $\tau$  du circuit.
- Montrer qu'elle est homogène à un temps.
- Déterminer sa valeur.
- Que vaut la tension aux bornes du condensateur après une durée égale à 5 s?
- Que vaut l'intensité du courant circulant dans la branche où est placé le condensateur, après une durée égale à 5 s?

13 La courbe suivante a été obtenue par acquisition de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge. Le circuit réalisé comprend en série le condensateur, une résistance  $R = 100 \Omega$ , un interrupteur K et un générateur de tension continue de force électromotrice  $E = 5 \text{ V}$ .



1. Proposer un schéma du dispositif.

2. Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC de deux façons.

3. En déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

## Énergie emmagasinée par un condensateur

14 Un condensateur de capacité  $C = 22 \mu\text{F}$  présente une tension à ses bornes  $U = 12 \text{ V}$ .

- Exprimer l'énergie  $\mathcal{E}_{\text{cond}}$  qu'il a emmagasinée.
- Calculer  $\mathcal{E}_{\text{cond}}$ .
- Déterminer la charge électrique portée par l'armature positive du condensateur.

15 Un condensateur de capacité  $C = 47 \mu\text{F}$  est chargé à travers une résistance  $R = 1 \text{ M}\Omega$  sous une tension constante  $E = 200 \text{ V}$ .

- Exprimer l'énergie emmagasinée par le condensateur au cours de sa charge, en fonction de sa charge électrique  $q$ , puis en fonction de la tension à ses bornes.
- Calculer sa valeur au bout d'une durée  $\tau = RC$ .
- Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée lorsque la charge du condensateur peut être considérée comme terminée?

16 On considère la courbe d'évolution temporelle de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge, représentée dans l'énoncé de l'exercice 13. La capacité du condensateur est :  $C = 10 \text{ nF}$ .

- Donner l'expression de l'énergie emmagasinée par le condensateur en fonction de la tension  $u$  à ses bornes. Est-elle croissante ou décroissante au cours du temps?
- Calculer la valeur de cette énergie aux instants  $t_1 = 0$ ;  $t_2 = 1,0 \mu\text{s}$  et  $t_3 = 5,0 \text{ s}$ .

## Exercices expérimentaux

### 17 ★★ Comparaison de capacités

Le but de la manipulation est, dans un premier temps, d'étudier le comportement d'un dipôle RC, en utilisant un générateur de tension de basse fréquence (GBF) et un oscilloscope, pour pouvoir, dans un second temps, comparer qualitativement les valeurs de capacités  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  de trois condensateurs. Voici le protocole expérimental proposé.

#### Réalisation du montage et réglages de l'oscilloscope

«Raccorder l'oscilloscope au GBF de manière à visualiser la tension délivrée par le générateur sur la voie A. Régler le générateur pour qu'il produise un signal créneaux de fréquence 100 Hz et tel que  $U_{\text{min}} = 0 \text{ V}$  et  $U_{\text{max}} = 3 \text{ V}$ .»

1. Représenter le signal créneaux.

«Choisir  $R = 3,3 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 0,3 \mu\text{F}$ . Brancher le dipôle RC correspondant aux bornes du GBF. Brancher l'oscilloscope pour

pouvoir visualiser sur la voie A la tension aux bornes du générateur, et sur la voie B la tension aux bornes du condensateur. »

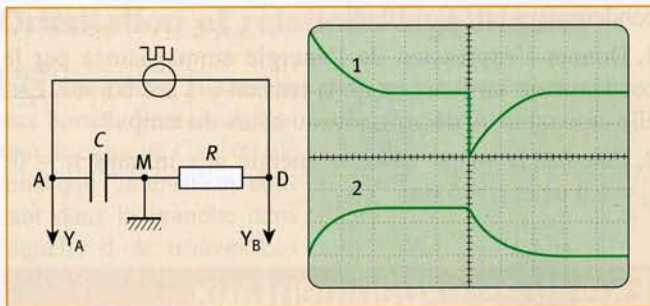
2. Faire le schéma du montage ainsi réalisé.
- 3.a. Indiquer les branchements de l'oscilloscope.
- b. Serait-il possible de visualiser les mêmes tensions à l'oscilloscope si l'on avait permuté le condensateur et la résistance ? Justifier en tenant compte du fait que la masse du GBF et celle de l'oscilloscope sont toutes deux reliées à la terre.

### Exploitation des oscillogrammes obtenus

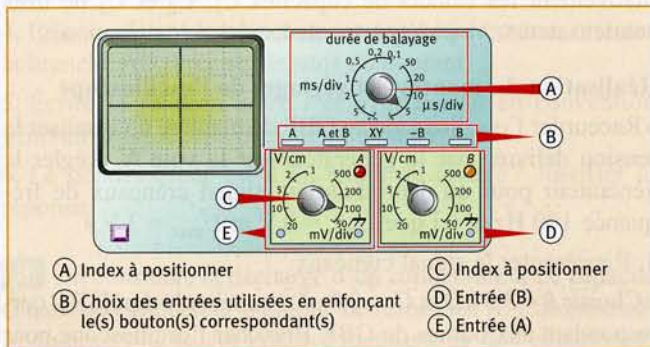
4. Donner, en la justifiant, l'allure de l'oscillogramme correspondant à la tension aux bornes du condensateur.
5. Indiquer deux méthodes graphiques permettant de déterminer la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.
6. Imaginer une méthode simple pour comparer qualitativement les capacités  $C_2$  et  $C_3$  des deux autres condensateurs à  $C_1$ .

### 18 ★★★ Visualisation de $i(t)$

On réalise le circuit série comportant un générateur de signaux carrés, fournissant une tension périodique alternativement constante et nulle, d'amplitude 3 V et de fréquence 200 Hz, un condensateur de capacité  $C$  et une résistance  $R$ . Le générateur est à double isolation, c'est-à-dire que sa masse n'est pas reliée à la terre et donc que la masse de l'oscilloscope peut être placée n'importe où dans le circuit. On utilise un oscilloscope pour visualiser simultanément la tension aux bornes de la résistance et la tension aux bornes du condensateur. On réalise alors une étude de l'intensité  $i(t)$  du courant lors de la charge et de la décharge du condensateur.



1. Quelles sont les tensions observées en voie  $Y_A$  et en voie  $Y_B$  ?
2. Justifier le choix de la tension observée en voie  $Y_B$ .
3. Sur le document ci-dessous, indiquer les différents réglages (Zones A, B, C) permettant l'observation correcte des deux tensions.



4. Comment, sans rien changer au montage, peut-on observer sur l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur ?
5. Identifier les courbes n° 1 et n° 2.
6. Déterminer avec l'une des courbes la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.

## Exercices de synthèse

### 19 ★ Énergie lors d'une décharge

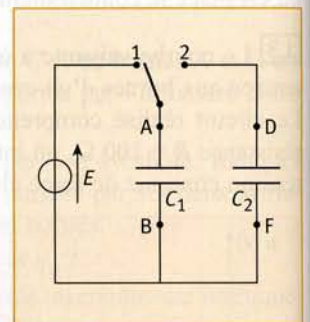
Un condensateur de capacité  $C = 56 \mu\text{F}$  est chargé et présente à ses bornes une tension  $E = 4,0 \text{ V}$ . À un instant  $t = 0$ , on forme un circuit RC en branchant un conducteur ohmique de résistance  $R = 100 \Omega$  à ses bornes.

1. Faire le schéma du montage et orienter le circuit.
- 2.a. Indiquer quelle est la condition initiale sur la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.
- b. À l'instant  $t = 0$ , la tension  $u_C$  présente-t-elle une discontinuité ? Qu'en est-il de l'énergie emmagasinée par le condensateur ?
3. Établir l'équation différentielle satisfaite par la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.
4. Vérifier que la fonction  $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$  est solution de cette équation différentielle. Identifier la constante  $\tau$ .
- 5.a. Établir l'expression de l'énergie du condensateur en fonction du temps, pour  $t > 0$ .
- b. Calculer sa valeur aux instants  $t = 0$ ,  $t = \tau$  et  $t = 10 \text{ ms}$ .

### 20 ★★ Transfert d'énergie

On réalise le montage ci-dessous. Initialement les deux condensateurs de capacités  $C_1 = 10 \mu\text{F}$  et  $C_2 = 47 \mu\text{F}$  ne sont pas chargés. À l'instant  $t = 0$ , l'interrupteur est placé en position 1 : le condensateur de capacité  $C_1$ , connecté à un générateur de tension continue de force électromotrice  $E = 9,0 \text{ V}$ , se charge.

1. Exprimer et calculer l'énergie  $\mathcal{E}_{\text{cond}}$  emmagasinée par le condensateur 1 de capacité  $C_1$  lorsque sa charge peut être considérée comme terminée.
2. L'interrupteur est ensuite basculé en position 2, à l'instant  $t = 0$ .
  - a. Indiquer qualitativement le déplacement des charges électriques dans le circuit pour  $t > 0$ .
  - b. Préciser les conditions initiales sur les tensions  $u_{AB}$  et  $u_{DF}$  aux bornes des deux condensateurs.
  - c. En appliquant la loi d'additivité des tensions, écrire la relation entre  $u_{AB}$  et  $u_{DF}$ . Cette relation est-elle vérifiée à  $t = 0$  ? En déduire comment vont évoluer ces deux tensions lors du régime transitoire.
  - d. Écrire une relation entre les énergies emmagasinées par les deux condensateurs :  $\mathcal{E}_{\text{cond1}}$  et  $\mathcal{E}_{\text{cond2}}$ .

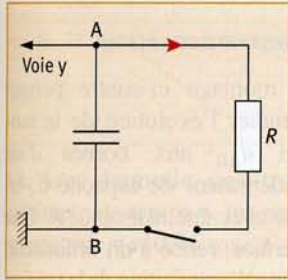


e. En appliquant le principe de conservation de l'énergie, relier  $\mathcal{E}_{\text{cond}}$ ,  $\mathcal{E}_{\text{cond1}}$ , et  $\mathcal{E}_{\text{cond2}}$ .

f. Calculer en conclusion les énergies  $\mathcal{E}_{\text{cond1}}$  et  $\mathcal{E}_{\text{cond2}}$  emmagasinées par les deux condensateurs lorsque le régime permanent est établi. En déduire les valeurs correspondantes des tensions  $u_{AB}$  et  $u_{DF}$ .

### 21 ★★ Dipôles RC

Un condensateur de capacité  $C = 5,0 \mu\text{F}$  est initialement chargé sous une tension  $u_{AB} > 0$ , notée  $U_0$ . Le condensateur est branché dans un circuit représenté sur le schéma ci-après.



Les réglages de l'acquisition de la tension  $u_{AB}$  sont les suivants :

- base de temps : 1 ms/div ;
- sensibilité verticale : 1 V/div.

À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur.

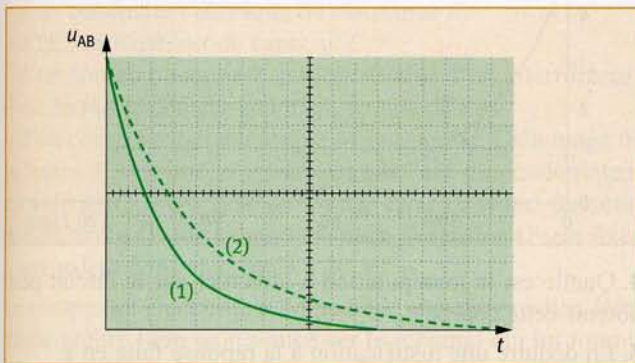
1. Établir l'équation différentielle du circuit vérifiée par la

tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur. Indiquer quelle est la condition initiale sur la tension  $u_{AB}$ .

2. Avec un conducteur ohmique de résistance  $R_1 = 500 \Omega$ , on obtient la courbe 1 représentée sur le graphe ci-dessous. En effectuant la même opération avec un conducteur ohmique de résistance  $R_2$ , on obtient la courbe 2 du graphe.

a. Indiquer la valeur de  $U_0$ .

b. Déduire de l'examen des deux courbes quelle résistance est la plus grande. Proposer une méthode de détermination de  $R_2$ . Calculer sa valeur numérique.



3.a. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.

b. En déduire la valeur de l'énergie dissipée par effet Joule dans le conducteur de résistance  $R_1$  lorsque la décharge du condensateur est terminée.

c. Cette énergie est-elle différente avec la résistance  $R_2$  ? Justifier la réponse.

4.a. Calculer la valeur de l'énergie dissipée par effet Joule dans le conducteur de résistance  $R_2$  à la date  $t = 7,0 \text{ ms}$ .

b. Cette énergie est-elle différente avec la résistance  $R_1$  ? Si oui, est-elle plus grande ou plus petite qu'avec la résistance  $R_2$  ?

## Pour aller plus loin

### 22 Modèle d'un condensateur réel

Des condensateurs sont utilisés dans de nombreux appareils de la vie courante. En fonctionnement, ils peuvent avoir été soumis à de très fortes tensions.

1. Pourquoi est-il dangereux de toucher l'intérieur d'un de ces appareils après l'avoir débranché ?

2. Un condensateur de capacité  $C = 15 \text{ mF}$  est chargé et présente une tension  $U_0 = 25 \text{ V}$  à ses bornes. 6 jours plus tard, on effectue une nouvelle mesure de cette tension : on obtient  $U_0 = 20 \text{ V}$ .

a. Calculer l'énergie initiale emmagasinée par le condensateur, et celle 6 jours plus tard.

b. On note que la chute de tension observée est plus importante dans une atmosphère humide que dans un environnement sec. Rappeler de quoi est constitué un condensateur et proposer une explication physique de la chute de tension.

3. Pour tenir compte de ce phénomène, on modélise le condensateur par l'association en parallèle d'un condensateur idéal de même capacité  $C$ , et d'un conducteur ohmique de très grande résistance  $R$  : la «résistance de fuite».

a. Rappeler l'expression mathématique de la tension  $u(t)$  aux bornes d'un condensateur idéal se déchargeant dans un conducteur ohmique de résistance  $R$ , avec  $u(t = 0) = U_0$ . On posera  $\tau = RC$ .

b. Exprimer en s la durée correspondant à 6 jours. En déduire la valeur de la constante de temps  $\tau$  du circuit, et la valeur de la résistance de fuite du condensateur considéré.

4. On étudie la décharge de ce condensateur, modélisé comme précédemment, dans un conducteur ohmique de résistance  $R' = 50 \text{ M}\Omega$  : la «résistance de décharge». On rappelle l'expression de la résistance du conducteur ohmique équivalent à l'association de conducteurs ohmiques de résistances respectives  $R_1$  et  $R_2$  :

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 \text{ en série} \quad \text{et} \quad R_{\text{éq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ en parallèle.}$$

a. Représenter le schéma du montage. La «résistance de décharge» et la «résistance de fuite» sont-elles en série ou en parallèle ?

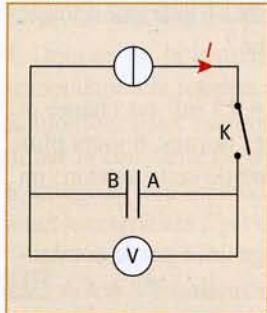
b. En déduire la constante de temps de ce circuit.

c. Calculer en jours la durée approximative pour que le condensateur soit totalement déchargé.

## 23 Capacité d'un condensateur

Cet exercice propose deux méthodes de mesure de la capacité d'un condensateur.

### A. Première méthode

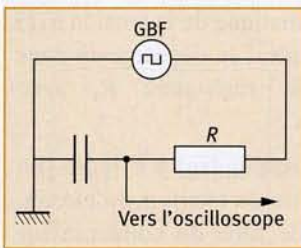


Le condensateur est relié à un générateur de courant délivrant un courant d'intensité  $I$  constante. Un voltmètre mesure la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur.

Le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t_0 = 0$  et on observe qu'à l'instant  $t_1$ , la tension  $u_{AB}$  atteint une certaine valeur  $u_1$ .

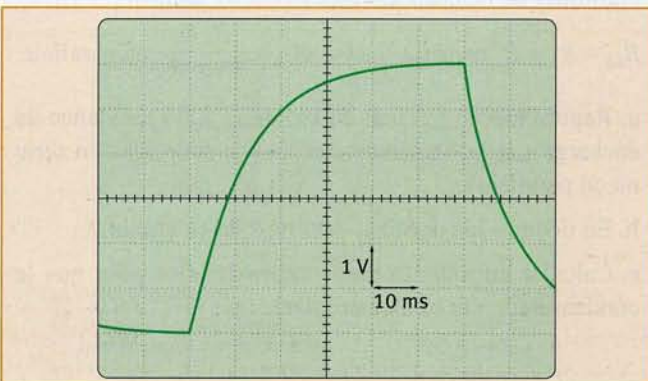
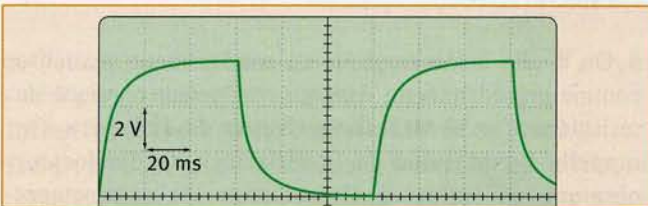
1. Où se trouve la borne COM du voltmètre ?
2. Montrer que la tension  $u_{AB}$  a pour expression :  $u_{AB}(t) = \frac{It}{C}$ .
3. Pour  $I = 10 \mu\text{A}$ ,  $u_{AB}$  atteint la valeur  $u_1 = 6,0 \text{ V}$  à l'instant  $t_1 = 7,2 \text{ s}$ . Calculer la capacité  $C$  du condensateur.
4. Calculer l'énergie électrique emmagasinée par le condensateur à l'instant  $t_1$ .

### B. Seconde méthode



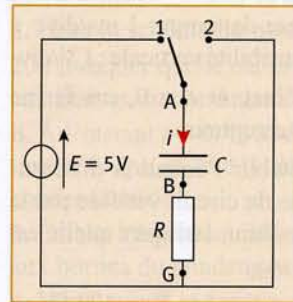
On réalise le montage suivant, avec  $R = 1000 \Omega$ . Le générateur basse-fréquence (ou GBF) délivre une tension crénéaux entre 0 et 6 V.

Selon les réglages de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) ci-dessous.



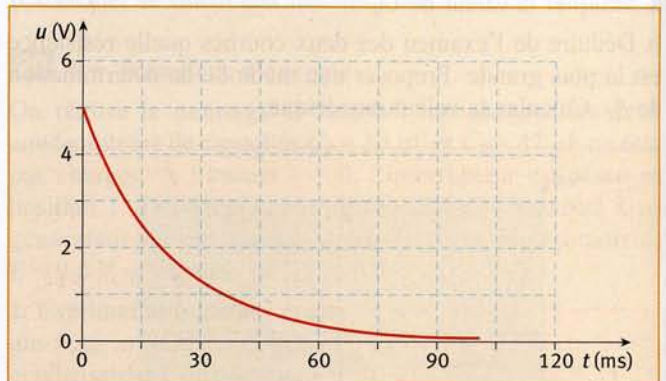
1. Exprimer la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.
2. En plus de la durée de balayage horizontal et de la sensibilité verticale, quels réglages a-t-on modifié sur l'oscilloscope pour passer de l'oscillogramme (1) à l'oscillogramme (2)? Pour quelle raison les a-t-on modifiés ?
3. Mesurer  $\tau$  en utilisant l'oscillogramme le mieux approprié. Indiquer la méthode employée.
4. Déduire de cette mesure la capacité  $C$  du condensateur.

## 24 Étude de la décharge d'un condensateur



Le montage ci-contre permet d'étudier l'évolution de la tension  $u_{AB}$  aux bornes d'un condensateur de capacité  $C$ , en série avec une résistance  $R$ . Une interface, reliée à un ordinateur, permet l'acquisition de la tension  $u_{AB}$  au cours du temps. Initialement, l'interrupteur  $K$  est en position 1 depuis longtemps.

1. À  $t = 0$ , quel est l'état de la charge du condensateur ?
2. Flécher la tension  $u_{AB}$ .
3. À quoi correspond la courbe ci-dessous ?



4. Quelle est la manipulation à effectuer sur le circuit pour obtenir cette courbe ?
5. En déduire une justification à la réponse faite en 1.
6. En respectant l'orientation choisie, préciser le signe de l'intensité  $i$  du courant lors de la décharge du condensateur.
7. Écrire la relation entre :
  - l'intensité  $i$  du courant et la tension  $u_{BG}$  ;
  - la charge  $q_A$  du condensateur et la tension  $u_{AB}$  ;
  - l'intensité  $i$  et la charge  $q_A$  ;
  - les tensions  $u_{BG}$  et  $u_{AB}$  lors de la décharge.
8. En appliquant la loi d'additivité des tensions, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_{AB}$  est :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

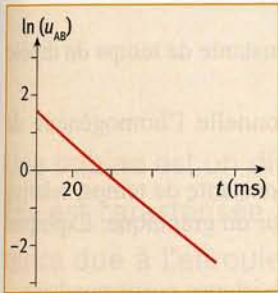
avec  $\alpha$  une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques des différents dipôles du circuit de décharge.

9. Montrer que le rapport  $\frac{1}{\alpha}$  est homogène à un temps. Quel nom lui donne-t-on ?

10. Proposer une solution de l'équation différentielle.

11. En déduire l'expression du logarithme népérien de la solution proposée. (Rappels mathématiques :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b; \ln(a^x) = x \ln a; \ln e = 1).$$



12. Le logiciel utilisé a permis de tracer la courbe correspondant à la fonction  $\ln(u_{AB}) = f(t)$  et d'en déterminer l'expression :

$$\ln(u_{AB}) = -45,5t + 1,61$$

Montrer que l'allure de cette courbe est en accord avec l'expression obtenue pour la solution de l'équation différentielle.

13. Avec laquelle des trois valeurs proposées pour la constante de temps  $\tau$ , les résultats de la modélisation sont-ils en accord :  $\tau = 0,46$  ms ;  $\tau = 2,2$  ms ;  $\tau = 22$  ms ?

## 25 Principe de fonctionnement d'une minuterie

(D'après Polynésie, juin 2005)

L'objet de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée  $t_0$  réglable.

Le montage du circuit électrique est constitué :

- d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E = 30$  V.

- d'un interrupteur K.

- d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ .

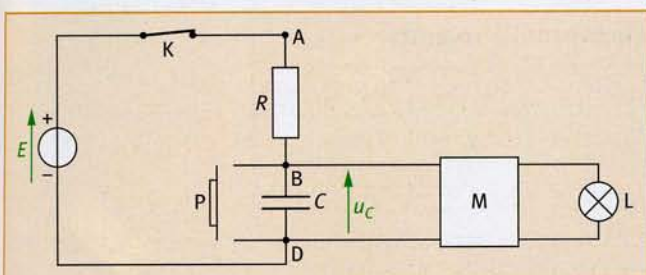
- d'un condensateur de capacité  $C$ .

- d'un bouton poussoir P qui joue le rôle d'un interrupteur : il est fermé seulement quand on appuie dessus.

- d'un composant électronique M qui permet l'allumage de la lampe L tant que la tension aux bornes du condensateur est inférieure à une tension limite, caractéristique du composant, notée  $U^L$  (dans tout l'exercice, la tension  $U^L$  est fixée à une valeur constante égale à 20 V).

Le composant électronique M possède une alimentation électrique propre (non représentée sur le schéma) qui lui fournit l'énergie nécessaire à l'allumage de la lampe.

De ce fait, on admettra que le composant électronique M ne perturbe pas le fonctionnement du circuit RC, c'est-à-dire que la tension aux bornes du condensateur est identique que M soit présent ou non dans le circuit.



À l'instant initial ( $t = 0$  s), le condensateur est déchargé. On ferme l'interrupteur K, le bouton poussoir P est relâché (voir schéma précédent).

1. On souhaite visualiser les variations de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps à l'aide d'un oscilloscope à mémoire. Indiquer les branchements à réaliser (voie 1 et masse) sur le schéma du montage.

2. Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps est de la forme :

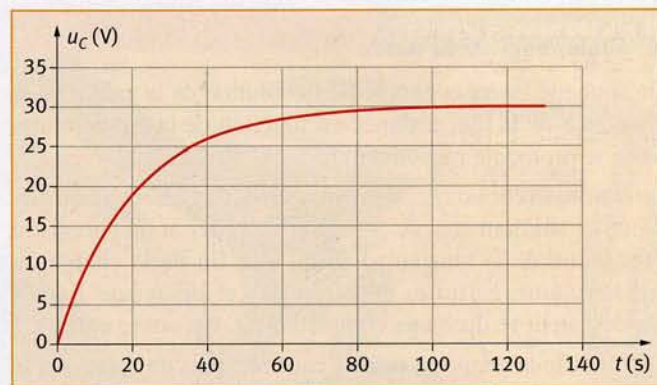
$$u_C(t) + RC \frac{du_C}{dt}(t) = E$$

3.a. En vérifiant que la fonction du temps  $u_C(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$  est solution de l'équation différentielle précédente, montrer que  $A = E$  et que  $\tau = RC$ .

b. Quelle est la valeur de  $u_C$  en régime permanent ?

c. Quel est le nom donné à la constante  $\tau$  ? À l'aide d'une analyse dimensionnelle, indiquer l'unité de la constante  $\tau$ .

4. La représentation graphique de la fonction  $u_C(t)$  est donnée ci-dessous. Faire apparaître sur ce graphe sans aucune justification, la tension  $E$ , la constante  $\tau$ , les régimes permanent et transitoire.



5. Calculer la valeur de  $\tau$  pour  $R = 100$  k $\Omega$  et  $C = 200$   $\mu$ F.

6.a. Exprimer la date  $t_0$  à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite  $U^L$  en fonction de  $U^L$ ,  $E$  et  $\tau$ . La grandeur  $t_0$  est la durée d'allumage de la lampe.

b. Calculer la valeur de  $t_0$  et vérifier la validité du résultat à l'aide du graphe de  $u_C(t)$ .

c. On a fixé  $U^L$  à 20 V pour obtenir une durée d'allumage  $t_0$  voisine de  $\tau$ . Pour quelle raison choisir  $t_0$  très supérieur à  $\tau$  n'aurait pas été judicieux pour un tel montage ?

7. Quel(s) paramètre(s) du montage peut-on modifier sans changer le générateur afin d'augmenter la durée d'allumage ?

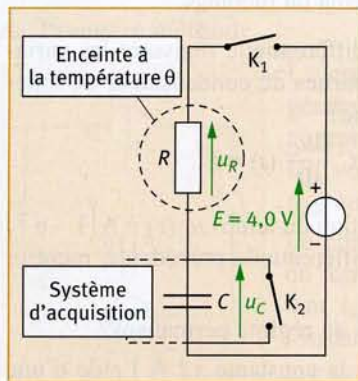
En fixant  $C = 200$   $\mu$ F, quelle valeur doit-on donner à la résistance  $R$  pour obtenir une constante de temps d'une minute ?

8. On appuie sur le bouton poussoir. Que vaut la tension aux bornes du condensateur ? La comparer à  $U^L$ . Que se passe-t-il lorsque la lampe : a. est déjà allumée ? b. est éteinte ?

**26** Sonde thermique

(D'après Antilles, 2005)

On peut constituer une sonde thermique à l'aide d'un dipôle (R, C) série. On réalise le circuit suivant, où le condensateur a une capacité  $C = 1,0 \mu\text{F}$ .



Le conducteur ohmique est une thermistance : la valeur  $R$  de sa résistance dépend de la température. Il est placé dans une enceinte dont la température interne est notée  $\theta$ .

Un système d'acquisition permet d'enregistrer l'évolution au cours du temps de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.

**Aide mathématique**

$0,63 \times 4,0 = 2,5$	$0,37 \times 4,0 = 1,5$	$e^0 = 1$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
-------------------------	-------------------------	-----------	--

**A. Étalonnage de la sonde**

On souhaite tracer la courbe de l'évolution de la valeur de la résistance de la thermistance en fonction de la température. Voici le protocole mis en œuvre.

Le condensateur est initialement déchargé et les interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  sont ouverts. À  $t = 0$ , on ferme  $K_1$  et on enregistre l'évolution de la tension  $u_C$  jusqu'à la fin de la charge du condensateur. Ensuite, on ouvre  $K_1$  et on ferme  $K_2$  : le condensateur se décharge complètement. On ouvre enfin  $K_2$ . On modifie la température de l'enceinte, puis on reconduit le protocole précédent. En opérant pour plusieurs valeurs de température, on obtient le graphique ci-contre.

À l'aide des résultats expérimentaux, étudions la charge du condensateur.

- Établir la relation entre la tension  $E$  aux bornes du générateur, la tension  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique et la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C$  pendant la phase de charge.

3. La solution analytique de cette équation est de la forme :

$$u_C = A + B e^{-\frac{t}{RC}}$$

- En tenant compte des conditions finales de la charge, déterminer  $A$ .
- En tenant compte des conditions initiales de la charge, déterminer  $B$ .
- En déduire l'expression de  $u_C$ .

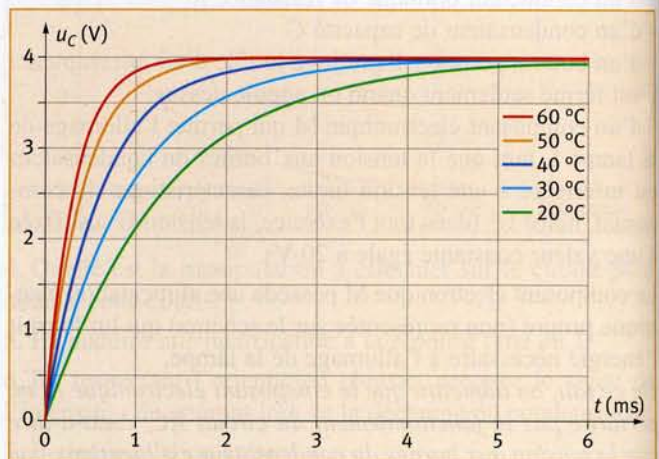
4. On donne l'expression de la constante de temps du dipôle (R, C) :  $\tau = RC$ .

- Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de cette formule.
- Déterminer la valeur  $\tau_1$  de la constante de temps, relative à la température  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ , à partir du graphique. Expliquer la méthode employée.
- En déduire la valeur  $R_1$  de la résistance correspondante.
- Procéder de la même manière pour les autres températures et compléter le tableau de l'annexe.
- Tracer sur papier millimétré la courbe d'étalonnage  $R = f(\theta)$  en respectant l'échelle suivante :  
abscisse : 1 cm pour  $5^\circ\text{C}$   
ordonnée : 1 cm pour  $0,1 \text{ k}\Omega$ .

**B. Mesure d'une température**

Essayons la sonde thermique en la plaçant dans une enceinte de température interne  $\theta$  à déterminer. On mesure la résistance de la thermistance à l'aide d'un ohmmètre et on obtient :  $R = 0,50 \text{ k}\Omega$ .

À l'aide de la courbe d'étalonnage, déterminer la température de l'enceinte.



**ANNEXE (Seules les cases blanches sont à compléter)**

Température $\theta$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\theta_1 = 20$	25	30	35	40	45	50	55	60
Constante de temps $\tau$ (ms)	$\tau_1 =$								
Résistance $R$ ( $\text{k}\Omega$ )	$R_1 =$	1,07	0,74		0,49		0,34		