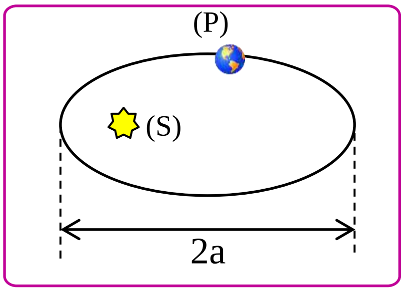
I.Lois de kepler.

❖ **1^er loi de Kepler (1906) : Loi des orbites**

Chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe un des foyers.



Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation : **FM + F'M = 2a**

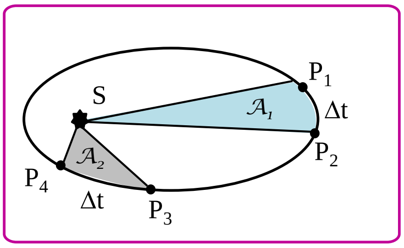
F et F' deux points constantes nommés foyers de l'ellipse

2a : Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique

a : est le demi grand axe de la trajectoire elliptique

❖ **2^eme loi de Kepler (1906) : Loi des aires**

Le segment de droite (rayon) reliant le centre du Soleil S au centre de la planète P balaie des aires égales pendant des durées égales.



Le segment de droite SP balaie des **aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer**

La surface balayée ΔA par le segment SP au cours de son mouvement est proportionnel à la durée du balayage Δt $\qquad C = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

C : Constante dépendante des planètes

❖ **3^eme loi de Kepler (1618) : Loi des périodes**

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant.

$$\frac{T^2}{a^3} = Ks = C^{te}$$

Avec K_S : une constante pour toutes les planètes gravitantes autour du soleil, $K_S = 2{,}97.10^{-19}\ s^2.m^{-3}$

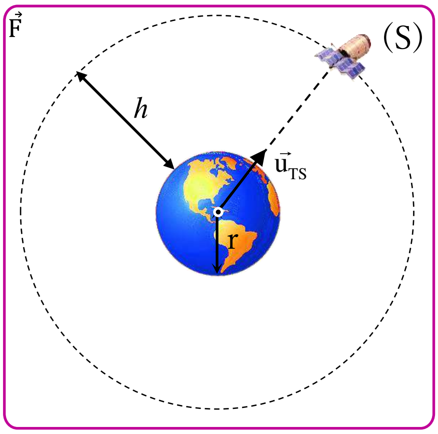
II. Etude du mouvement d'un satellite terrestre .

1. Type de muvement:

Système : un satellite de masse m, assimilé à un point matériel, situé à une distance du centre de la Terre $R= R_T + h$ et la masse de la terre est M_T

Référentiel : géocentrique supposé galiléen

Bilan des forces : la seule force extérieure qui s'exerce sur le satellite est l'attraction terrestre $\vec{F}$



- La 2^eme loi de Newton appliquée au système étudié s'écrit : $\vec{F} = m.\vec{a}$
- L'accélération $\vec{a}$ est **colinéaire à** $\vec{F}$ donc dirigée vers O en tout point de la trajectoire.
- Le mouvement étant circulaire, on peut utiliser un **repère de Frénet**. $\vec{a}$ étant centripète : $\vec{a}_n = \vec{a}$ **et** $\vec{a}_u = \vec{0}$

  On a : $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit que la vitesse v est constante. Le mouvement est donc **circulaire et uniforme.**

2. Mouvement circulaire uniforme :

❖ **Conditions d'un mouvement circulaire uniforme**

Soit un mobile de masse m et que son centre d'inertie G est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .

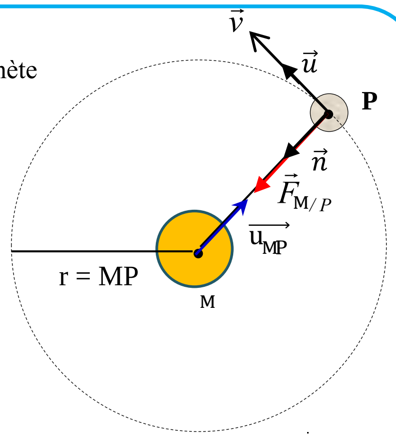
- Soit $\sum \vec{F} = \vec{F}$ la somme des forces agissante sur le mobile
- La 2^eme loi de Newton $\vec{F} = m.\vec{a}_G$
- On a $\vec{a}_G = \frac{V^2}{r}.\vec{n}$ vu que Le mouvement est uniforme et $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ donc $\vec{F} = m.\frac{V^2}{r}.\vec{n}$

Conclusion :

Pour que le mouvement du centre d'inertie d'un mobile circulaire uniforme il faut que :

- La somme vectorielle des forces soit centrifuge (dirigée vers le centre)
- Le module de la somme vectorielle des forces est constant et vérifie la relation $F = m.\frac{V^2}{r}$

3. Mouvement planétaire des planètes et satellites :



Soit une planète de masse m décrivant un mouvement circulaire uniforme autour d'une autre planète référentielle de masse M (Le soleil par exemple ou autres planètes)
m en mouvement autour de M : m est le mobile et M est le référentielle

Dans un repère galiléen la planète (m) est soumis à la force gravitationnelle

$\vec{F} = G.\frac{m.M}{d^2}.\vec{n} = G.\frac{m.M}{r^2}.\vec{n}$ avec d=r : le rayon de la trajectoire

On applique la 2eme loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum\vec{F} = m.\vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F}\begin{pmatrix} Fu = 0 \\ Fn = F \end{pmatrix}$$

On projette sur les axes

<u>Sur l'axe $\vec{u}$</u>

$F_u = m.a_u = 0$ et $a_u = 0$

D'ou $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$

$V = C^{te}$

Le mouvement est donc uniforme

<u>Sur l'axe $\vec{n}$</u>

$$F_n = m.a_n = G.\frac{m.M}{r^2} \quad \text{donc} \quad a_n = G.\frac{M}{r^2}$$

<u>Conclusion :</u>

L'accélération de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

$$a_n = G.\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r}$$

$$r = G.\frac{M}{V^2} = C^{te}$$

et le mouvement est circulaire

$$V^2 = G.\frac{M}{r} \quad \text{et} \quad V = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

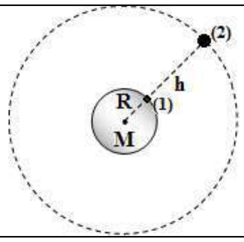
<u>Conclusion :</u>

La vitesse de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

Le mouvement est donc circulaire uniforme

⁂ Expression de l'accélération en deux points

Au niveau du sol (position (1)) : $a_0 = G.\frac{M}{R^2}$		$a_h = a_0.\frac{R^2}{(R+h)^2}$
A une altitude h du sol (position (2)) : $a_h = G.\frac{M}{(R+h)^2}$		

4. Période de revolution :

La période de révolution, aussi appelée période orbitale, est la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète autour d'un autre astre (par exemple une planète autour du Soleil ou un satellite autour d'une planète).

$V = \frac{L}{T} = \frac{2.\pi.r}{T} = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$ L=2.π.r : le périmètre du cercle de rayon r Et on a $\frac{4.\pi^2.r^2}{T^2} = G.\frac{M}{r}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M}$

On en déduit que $\frac{T^2}{r^3} = K = C^{te}$ est une constante qui ne dépend que de la masse la planète référentielle et concorde bien avec la 3eme lo de Kepler

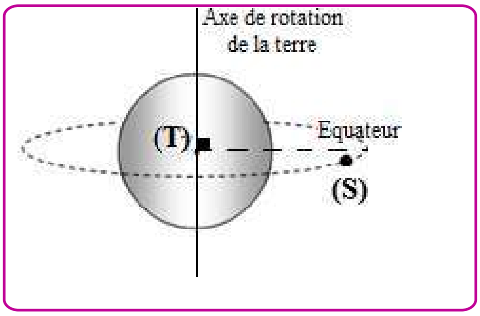
Et la période de révolution T est $T = \sqrt{\frac{4.\pi^2}{G.M}.r^3} = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$

5 La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

- Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur h >200 km) ou la pesanteur est presque nulle (Eviter le frottement fluide)
- Libérer le satellite avec une vitesse $\vec{V}_0$ normale au rayon Rs de sa trajectoire et de module $v_0 = \sqrt{\frac{G.m_T}{r_T+h}}$

6. Les satellites géostationnaires



Les satellites géostationnaires : **des satellites fixes (*stationnaire*) par rapport à la terre (*géo*).**

Pour que ce soit le cas, il faut que

- Ils décrivent un **mouvement circulaire uniforme** dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un **plan contenant l'équateur**.
- Qu'ils **tournent dans le même sens que la terre** autour de l'axe de ses pôles.
- Leur **période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre** autour de l'axe de ces pôles (24h).

On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

_ Utilisons l'expression de la période à ce satellite :

$T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}}$ avec $r=r_T + h$ donc $T = 2.\pi\sqrt{\frac{(r_T+h)^3}{G.m_T}}$ d'où $r = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} = r_T + h$ et $h = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} - r_T = 36000Km$

NB :

On peut considérer que $P = F$ و $a_G=g$