Correction des exercices

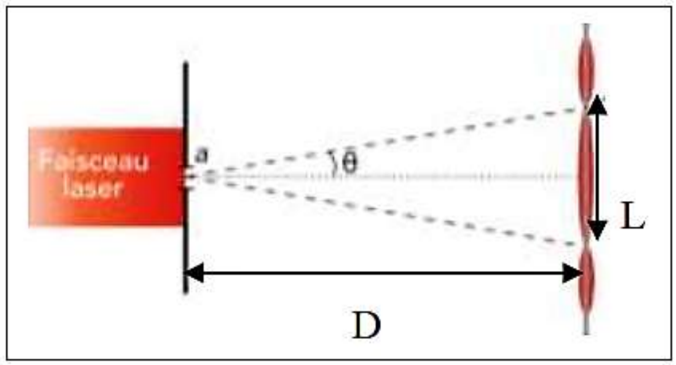
Exercice 1 :

1- Relation caractéristique de la diffraction :

$\boldsymbol{\theta = \frac{\lambda}{a}}$ avec θ l'écart angulaire et a la dimension de l'obstacle.

2- Relation exprimant L en fonction de λ, D et a :

Voir schéma :



Pour les petits angles on a : $\boldsymbol{tan\theta \approx \theta}$

D'après le schéma : $\boldsymbol{tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}}$

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{L}{2D} \end{cases} \Longrightarrow \frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow L = \frac{2\lambda D}{a}$$

3- comment varie L en fonction de a :

Dans la relation $\boldsymbol{L = \frac{2\lambda D}{a}}$ on constate que L est inversement au diamètre a du fil.

Donc plus a est petit plus le largueur de la tache centrale est grande (diffraction est plus intense).

4- Calcul de la longueur d'onde λ :

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \Longrightarrow \lambda = \frac{a.L}{2D}$$

$$\lambda = \frac{1,10.10^{-2} \times 0,180.10^{-3}}{2 \times 2,00} = 4,95.10^{-7} m$$

$$\lambda = 495\ nm$$

5- Calcul de l'écart relatif :

$$r = \frac{|\lambda_{mesuré} - \lambda_{théoorique}|}{\lambda_{théoorique}} = \frac{|495 - 480|}{480} = 0,031 = 3,1\%$$

L'erreur provient d'un manque de précision lors de la mesure de L et D.

Pour une meilleur précision il réaliser plusieurs mesures et traiter les résultats d'une manière graphique pour calculer λ.

Exercice 2 :

1- condition de phénomène de diffraction :

Le phénomène de diffraction est observé si la longueur d'onde λ est du même ordre de grandeur que la largeur de la fente a.

2- Démontrons la relation $\ell = (2 \times \lambda \times \mathrm{D}) \times \frac{1}{a}$. :

D'après la figure 1 on a : $\boldsymbol{tan\theta = \frac{\frac{\ell}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}}$

$$\boldsymbol{\left.\begin{array}{l} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{\ell}{2D} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \ \ell = (2 \times \lambda \times \mathrm{D}) \times \frac{1}{a}}$$

3- La courbe $\ell = f(1/a)$ est une fonction linéaire. La droite doit passer par l'origine.

Le coefficient directeur de la droite est $\boldsymbol{k = 2 \times \lambda \times D}$

Graphiquement, $\boldsymbol{k = \frac{\Delta\ell}{\Delta(\frac{1}{a})} = \frac{11{,}5\ mm}{6{,}0\ mm^{-1}} = 1,9\ mm^2 = 1,9.10^{-6}\ m^2}$

$$\boldsymbol{k = 2 \times \lambda \times D \ \Longrightarrow \ \lambda = \frac{k}{2D} = \frac{1,9.10^{-6}}{2 \times 1,50} = 6,3.10^{-7}m = 6,3.10^{-7} \times 10^{9}nm}$$

$$\boldsymbol{\lambda = 630\ nm}$$

4- Montrons que θ est petit :

On calcule la valeur de θ pour la valeur de a la plus petite (soit $1/a$ la plus grande) :

$\boldsymbol{\theta = \frac{\lambda}{a} = 640 \times 10^{-9} \times (10 \times 10^{3}) = 6,4 \times 10^{-3}\ rad}$ soit $\boldsymbol{\theta = 0,37\,°}$ qui bien un angle faible.

Exercice 3 :

1- Angle de réfraction i_{2B} pour la radiation bleue puis l'angle de réfraction $i_{2\,R}$ pour la radiation rouge :

-- Angle de réfraction i_{2B} pour la radiation bleue :

On applique la deuxième loi de Descartes au point I :

$$n_1.sini_{1B} = n_{2B}.sini_{2B}$$

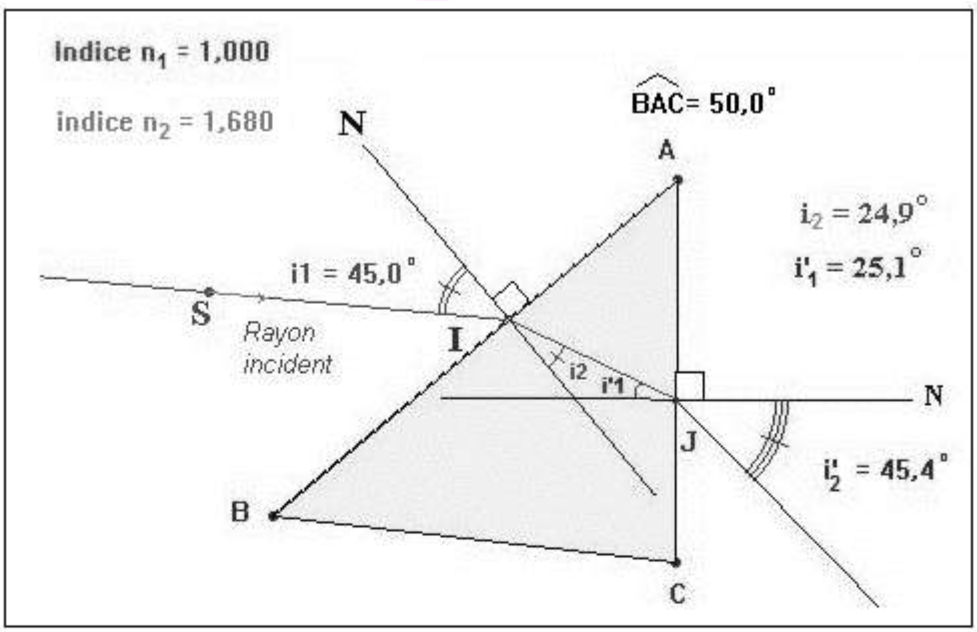
$$sini_{2B} = \frac{n_1}{n_{2B}}.sini_{1B}$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_{2B}}.sini_{1B}\right)$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1}{1,680} \times sin45,0\right)$$

$$i_{2B} \approx 24,9°$$

$$i_{2B} \approx 25°$$



- Angle de réfraction $i_{2\,R}$ pour la radiation rouge :

De la même façon on trouve :

$$n_1 sini_{1R} = n_{2R} sini_{2R}$$

$$i_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_{2R}}.sini_{1R}\right)$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1}{1,596} \times sin45,0\right)$$

$$i_{2B} \approx 26,3°$$

2- Déviation due à la première surface de séparation traversée :

-Pour la radiation bleue :

$$D_B = i_{1B} - i_{2B}$$

$$D_B = 45 - 25$$

$$D_B \approx 20°$$

-Pour la radiation rouge :

$$D_R = i_{1R} - i_{2R}$$

$$D_R = 45 - 26$$

$$D_R \approx 19°$$

3- Valeur numérique de i'_1 pour chaque radiation étudiée :

-Pour la radiation bleue :

$$\hat{A} = i_{2B} + i'_{1B} \implies i'_{1B} = \hat{A} - i_{2B}$$

$$i'_{1B} = 50 - 25$$

$$i'_{1B} \approx 25°$$

-Pour la radiation rouge :

$$\hat{A} = i_{2R} + i'_{1R} \implies i'_{1R} = \hat{A} - i_{2R}$$

$$i'_{1R} = 50 - 26$$

$$i'_{1B} \approx 24°$$

4- Valeurs des angles de sortie du prisme i'_{2B} et i'_{1R}pour chaque radiation :

-Pour la radiation bleue :

On applique la deuxième loi de Descartes au point J :

$$n_1.sini'_{1B} = n_{2B}.sini'_{2B}$$

$$sini'_{2B} = \frac{n_{2B}}{n_1}.sini'_{1B}$$

$$i'_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{n_{2B}}{n_1}.sini'_{1B}\right)$$

$$i'_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1,680}{1,00} \times sin25,1\right)$$

$$i_{2B} \approx 45,5°$$

$$i_{2B} \approx 45°$$

-Pour la radiation rouge :

On applique la deuxième loi de Descartes au point J :

$$n_1.sini'_{1R} = n_{2R}.sini'_{2R}$$

$$i'_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{n_{2B}}{n_1}.sini'_{1R}\right)$$

$$i'_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{1,596}{1,00} \times sin23,7\right)$$

$$i_{2B} \approx 39,9°$$

$$i_{2B} \approx 40°$$

5- Déviations subies respectivement par la lumière bleue et par la lumière rouge :

-Déviation subie par le pinceau incident bleue :

$$D_B = i_{1B} + i'_{2B} - A$$

$$D_B = 45 + 45 - 50$$

$$D_B \approx 40°$$

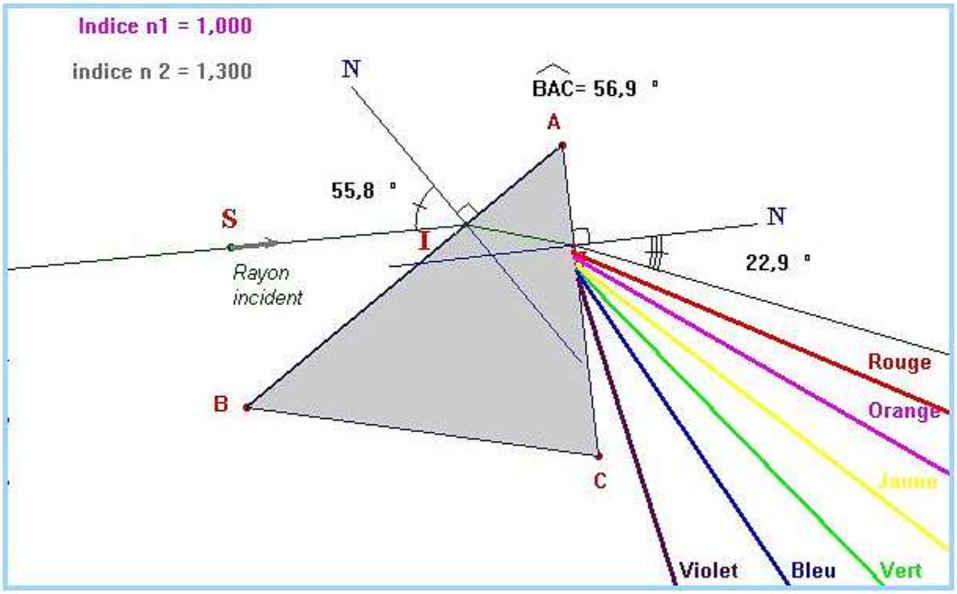
-Déviation subie par le pinceau incident rouge :

$$D_R = i_{1R} + i'_{2R} - A$$

$$D_B = 45 + 40 - 50$$

$$D_B \approx 35°$$

-La lumière bleue est plus déviée que la lumière rouge.



Exercice 4 :

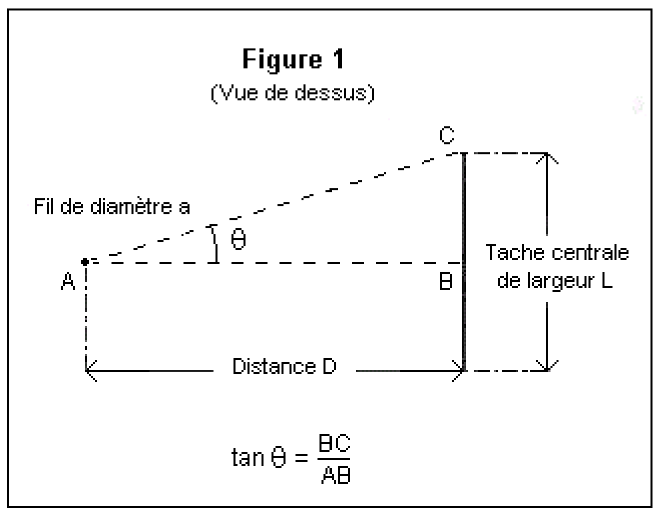
1-Phénmène de diffraction :

1-1- Exprimons la relation entre L et D :

Le triangle rectangle ABC, on a : $\boldsymbol{tan\theta = \frac{BC}{AB} = \frac{1/2L}{D}}$

Comme l'angle θ est petit, on peut écrire : $\boldsymbol{tan\theta \approx \theta}$

soit : $\boldsymbol{\theta = \frac{L}{2D}}$



2-2- Relation entre l'écart angulaire θ est lié à la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique par la relation :

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\lambda}{a}}$$

1-3- Montrons que la courbe obtenue est en accord avec l'expression de θ donnée à la question 2.2 :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad (\theta \text{ en radian}, \lambda \text{ et } a \text{ sont en mètre})$$

$$\theta = \lambda.\left(\frac{1}{a}\right)$$

Cette expression montre que θ est proportionnelle à $\left(\frac{1}{a}\right)$ et que le graphe associé à $\theta = f\left(\frac{1}{a}\right)$ doit être une droite passant par l'origine. C'est ce qui présente la figure 2.

1-4- Détermination de la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique :

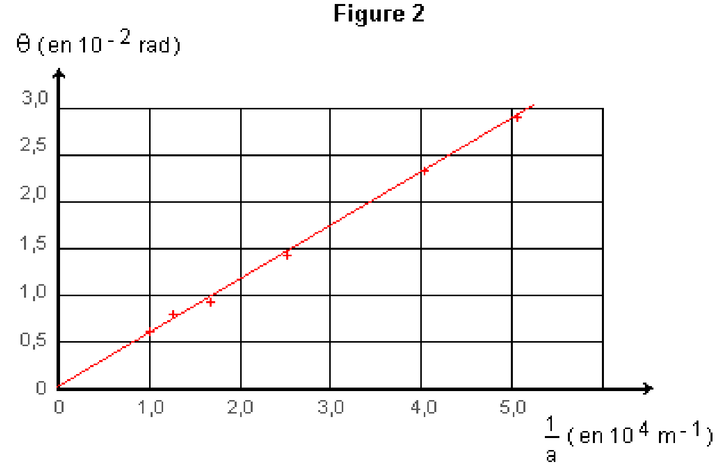
λ Représente le coefficient directeur de la droite :

$$\lambda = \frac{\Delta\theta}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{2,8 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{4}}$$

$$\lambda = 560 \times 10^{-9} m$$

$$\lambda = 560 nm$$

Figure 2



1-5- Parmi les propositions proposées :

$$560\ cm \ ; \quad 560\ mm \quad ; \quad 560 \mu m \quad ; \quad 560\ nm$$

La dernière valeur $\lambda = 560nm$ qui est bonne.

1-6- l'aspect de la figure observée :

En utilisant une lumière blanche (limites : $\lambda_{violet} = 400\ nm$; $\lambda_{rouge} = 800\ nm$).

Chaque radiation de la lumière blanche donne son propre système de diffraction. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à la longueur d'onde λ.

Elle sera minimale pour le violet et maximale pour le rouge. Au milieu de cette tache toutes les radiations sont présentes (aspect blanc), le bord de la tache centrale est rouge (les autres couleurs sont absentes).

2- Phénomène de dispersion

2-1- caractéristique d'une onde lumineuse monochromatique :

La fréquence d'une onde monochromatique est invariable quel que soit le milieu transparent traversé.

La longueur d'onde, dépend du milieu dans lequel l'onde se propage.

2-2- définition de l'indice de réfraction n :

Pour une radiation de fréquence donnée, l'indice de réfraction d'un milieu homogène et transparent est égal au rapport de la célérité de la lumière dans le vide ($c = 3 \times 10^8\, m/s$) à la célérité de la lumière dans ce milieu transparent.

Par exemple, la radiation rouge qui, dans le milieu étudié se propage à la vitesse v_{rouge}, on a :

$$n_{rouge} = \frac{c}{\mathrm{v}_{rouge}} = \frac{3 \times 10^8}{\mathrm{v}_{rouge}}$$

Remarque : Dans le verre, on a $\mathrm{v}_{rouge} > \mathrm{v}_{bleue}$ cela implique que $n_{rouge} > n_{bleue}$

2-3- Définition du milieu dispersif :

Un milieu est dispersif lorsque la vitesse v de l'onde qui se propage dans ce milieu dépend de la fréquence f de l'onde.

Par conséquence l'indice de réfraction qui fait intervenir la vitesse de propagation v de l'onde ($n = 3 \times 10^8/\mathrm{v}_{rouge}$) dépend également de la fréquence de l'onde.

3-4- décomposition de la lumière chromatique par le prisme :

Sur la face d'entrée d'un prisme de verre, le faisceau incident, formé de la lumière blanche, possède un angle incidence i_1.

La loi de Descartes s'écrit pour les radiations bleue et rouge :

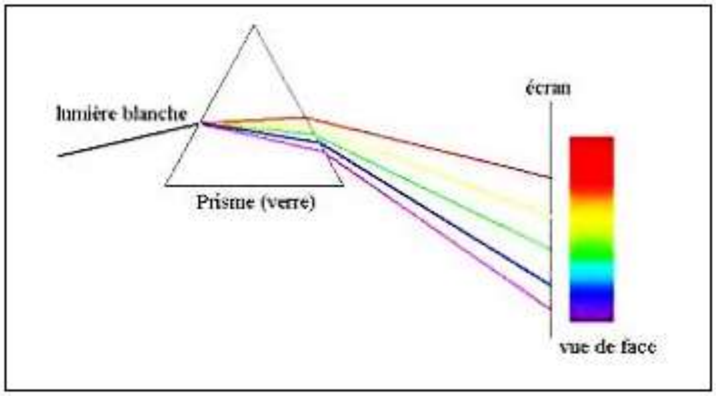
$$1 sin i_1 = n_{rouge} \sin(i_{2\, rouge})$$

$$1 sin i_1 = n_{bleue} \sin(i_{2\, bleue})$$

Dans le verre $n_{rouge} > n_{bleue}$ donc : $\sin(i_{2\,rouge}) < \sin(i_{2\,bleue})$

$$i_{2\,bleue} < i_{2\,rouge}$$

Au passage air / verre, la radiation bleue est plus déviée que la radiation rouge.



Remarque : Sur la face de sortie verre / air du prisme, une seconde réfraction a lieu et sépare davantage les radiations.

Exercice 5 :

1- Quel enseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apport-t-il ?

Le phénomène observé est caractéristique d'une onde. Donc la lumière a un aspect ondulatoire. Le phénomène étudié est ka diffraction.

2- La lumière émise par la source laser est monochromatique : cela signifie que la lumière laser est constituée d'une seule radiation de fréquence fixée par la source (ou une longueur d'onde dans le vide fixée). Le spectre de cette lumière laser est constitué d'une seule raie colorée.

3- Faire apparaitre sue la figure 2, l'écart angulaire θ et la distance D entre le fil est l'écran :

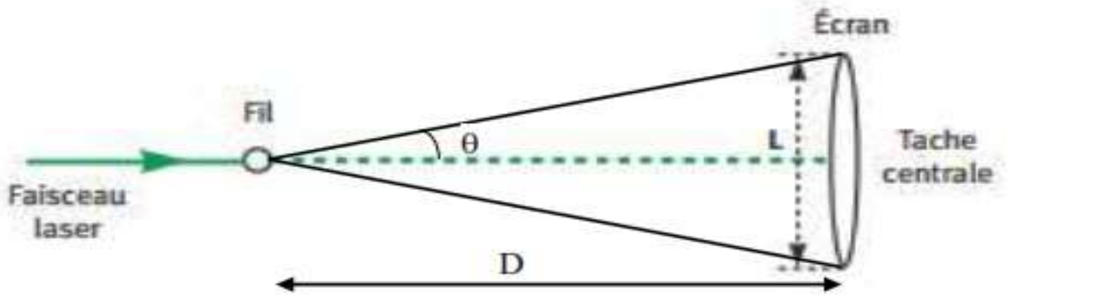


Figure 2 : vue de dessus : le fil est perpendiculaire au plan de la

4- Exprimons l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D :

Pour les petits angles on a : $\boldsymbol{tan\theta \approx \theta}$

D'après le schéma : $\boldsymbol{tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}}$

5- Expression mathématique qui lie les grandeurs θ, λ et a :

Pour la diffraction, $\boldsymbol{\theta = \frac{\lambda}{a}}$ avec θ l'écart angulaire en radian et a la dimension de l'obstacle en m et λ en m.

6- Montrons la relation $\boldsymbol{L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}}$:

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{L}{2D} \end{cases} \Longrightarrow \frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}$$

7- La figure correspondant à chaque fil :

Pour λ et D fixés, la largeur L « de la tache centrale » est inversement proportionnelle au diamètre du fil. Donc la tacha centrale la plus grande correspond au fil de diamètre le plus petit :

Figure A $\leftrightarrow$ $\boldsymbol{a_1 = 60\ \mu m}$; Figure B $\leftrightarrow$ $\boldsymbol{a_2 = 80\ \mu m}$

8- Complétons la 3éme ligne du tableau :

$a(mm)$	$0,040$	$0,060$	$0,080$	$0,100$	$0,120$
$L(mm)$	63	42	32	27	22
$x = \frac{1}{a}(mm^{-1})$	25	16,7	12,5	10	8,33

9- Montons que l'allure de la courbe est en accord avec l'expression de L donnée à la question 6 :

Le graphe $\boldsymbol{L = f(x)}$ montre une droite qui passe par l'origine : donc la largeur L de la tache centrale est proportionnelle à l'inverse du diamètre du fil, car $\boldsymbol{x = \frac{1}{a}}$.

L'équation modélisant la droite est de la forme : $\boldsymbol{L = k.x}$ avec k le coefficient directeur de cette droite.

Ceci est en accord avec l'expression $\boldsymbol{L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}}$ car D et λ sont constantes. On obtient $\boldsymbol{k = 2\lambda.D}$

10- l'équation de la courbe $L = f(x)$et en déduire λ (en m puis en nm) :

$$\boldsymbol{k = \frac{\Delta L}{\Delta x} = \frac{51\ mm}{20\ mm^{-1}} = 2,55\ mm^2}$$

$$\boldsymbol{k = 2\lambda.D \Longrightarrow \lambda = \frac{k}{2D} = \frac{2,55 \times\ 10^{-6}}{2 \times 2,50} = 5,10 \times 10^{-7} m = 510\ nm}$$

11- Calcul de la fréquence f_0 de la lumière monochromatique :

La fréquence est indépendante du milieu de propagation traversé donc la fréquence de la lumière de laser ne change pas à la traversé du verre.

$$\boldsymbol{f = \frac{c}{\lambda(vide)} = \frac{3,00.10^8}{5,10 \times 10^{-7}}}$$

$$\boldsymbol{f = 5,88.10^{14}}$$

12- A la traversée du verre, les valeurs de la fréquence, de longueur d'onde et de la couleur associées à cette radiation varient-elles ?

La fréquence est indépendante du milieu de propagation traversé donc la fréquence de la lumière de laser ne change pas à la traversé du verre.

Pour la longueur d'onde λ : $\boldsymbol{n = \frac{c}{\text{v}}}$ où c est la célérité de la lumière dans le vide et v est la célérité de la lumière dans le milieu d'indice n ;

$$\begin{cases} \boldsymbol{c = \lambda(vide).f} \\ \text{v} \boldsymbol{= \lambda.f} \end{cases} \boldsymbol{\Longrightarrow n = \frac{c}{\text{v}} = \frac{\lambda(vide).f}{\lambda.f} = \frac{\lambda(vide)}{\lambda} \Longrightarrow \lambda = \frac{\lambda(vide)}{n}}$$

Donc la longueur d'onde λ varie avec le milieu de propagation.

Pour la couleur : ce qui caractérise la couleur de la radiation est la fréquence et non pas la longueur d'onde, donc la couleur de la radiation ne change pas à la traversé du verre.

13- complétons le tableau :

Milieu de propagation	Fréquence (Hz)	Longueur d'onde (nm)	Vitesse de propagation $(m.s^{-1})$
Air	$f = 5,88.10^{14}$	$\lambda(air) = 510\ nm$	$c = 3,00.10^{8}$
verre	$f = 5,88.10^{14}$	$\lambda = \frac{\lambda(vide)}{n} = \frac{510}{1,64}$ $\lambda = 311$	V= $\frac{c}{n} = \frac{3,00.10^{8}}{1,64}$ V= $1,83.10^{8}$