

حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية

I _ القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler

1 _ المرجع المركزي الشمسي

المرجع الغاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .

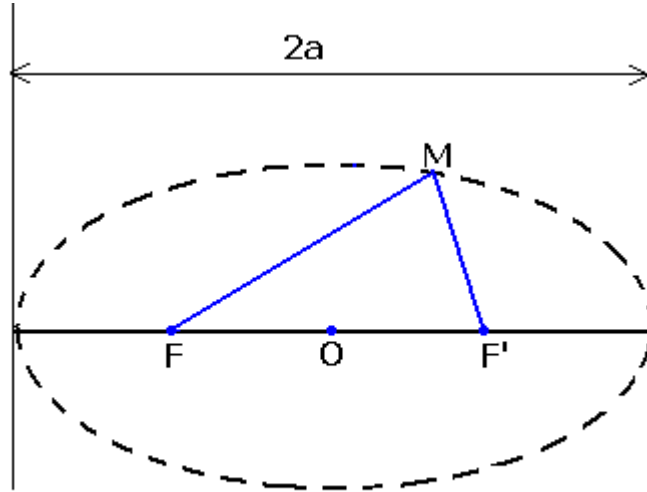
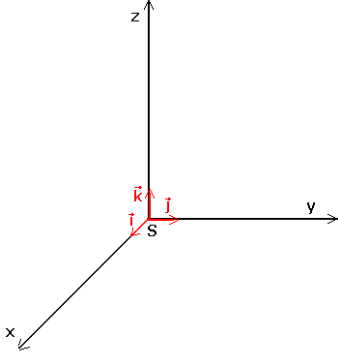
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعامد وممنظم $(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جدا نعتبرها ثابتة .

2 _ قوانين كيبلر :

أ _ القانون الأول أو قانون المدارات الإهليلجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه .



$$MF + MF' = 2a$$

الإهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، بنقطتين ثابتتين ، مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F' بؤرتي الإهليلج .

لتكن النقطة M من الإهليلج لدينا : $MF + MF' = Cte = 2a$

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك البروج l'éliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .

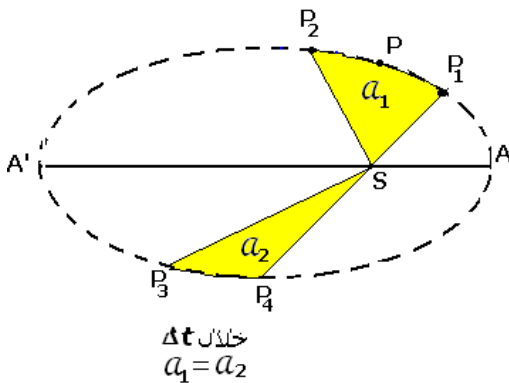
ب _ القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ ينتقل من الموضع P_1 إلى الموضع P_2 . أي

أن خلال هذا الانتقال تم كسح مساحة a_1 وهي المحصورة بين

$[SP_1]$ و $[SP_2]$ والمقطع P_1P_2 لمسار P .

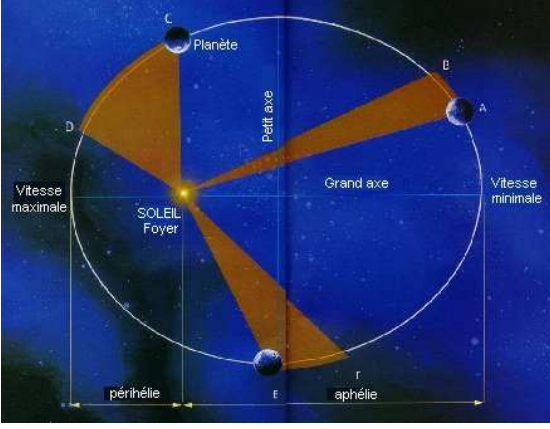
خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = t_4 - t_3$ ينتقل من P_3 إلى P_4



خلال Δt
 $a_1 = a_2$

أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسح المساحة a_2 حيث $a_1 = a_2$

نص القانون : تكسح القطعة [SP] التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية .



يترجم هذا القانون ملاحظة كيبلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوكب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته والعكس صحيح .
تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A الأقرب من مركز الشمس ؛
وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A' الأبعد من مركز الشمس .

ج - القانون الثالث أو قانون الأدوار ؛

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .
الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

$$\frac{T^2}{a^3} = k \text{ ونعبر عن هذا النص بالعلاقة التالية :}$$

حيث أن T الدور المداري ب (s)

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج بالمتري (m) ؛

K ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها m^2 / s^3

قيمة k هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .

ملحوظات : بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائرية شعاعها r

$$\frac{T^2}{r^3} = k \text{ يكتب القانون الثالث لكيبلر :}$$

نطبق قانون كيبلر أيضا على الأقمار الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز

الكوكب إحدى بؤرتي الإهليلج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة $k' = \frac{T^2}{a^3}$ هو نفسه بالنسبة لجميع

الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة k' بكتلة الكوكب .

II - الحركة الدائرية المنتظمة

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا

تطبيق قوانين كيبلر الخاصيات لتالية :

- مدار الكوكب دائري مركزه الشمس

- سرعة P مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائرية منتظمة

- قانون الأدوار يصبح هو : $\frac{T^2}{r^3} = k$ ، r هو شعاع المسار الدائري .

1 - خاصيات الحركة الدائرية المنتظمة

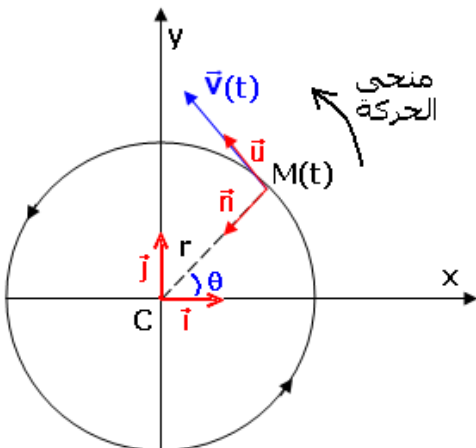
أ - تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائريا

وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

ب - متجهة السرعة

نعبر نقطة M في حركة دائرية منتظمة في معلم معين . مسار M



دائري مركزه C ، وشعاعه r ، موجه موجبا في منحنى الحركة . نعلم موضع M في المستوى (C, \vec{i}, \vec{j}) بالزاوية θ هو الأفضول الزاوي .
خاصية حركة دائرية منتظمة :

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte$$

– متجهة السرعة \vec{v} مماسة للمسار الدائري ، ومنحاه هو منحنى الحركة : $\vec{v} = r \cdot \omega \vec{u}$ ؛ \vec{u} متجهة واحدة مماسية للمسار.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

وحدة الفصول الزاوي هي الراديان rad ووحدة السرعة الزاوية ω هي rad / s

ج – متجهة التسارع

في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار

أساس فريني فإن $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u} + \frac{v^2}{r} \vec{n}$ ونعلم أنه بالنسبة للحركة الدائرية

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n} \quad \text{أن } v = cte \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنظمة \vec{n} أي موجه نحو مركز الدائرة .

بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مركزية انجذابية ، تعبيرها هو :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n} \quad \text{وبما أن } v = r \cdot \omega \quad \text{فإن } \vec{a} = r \omega^2 \vec{n}$$

ω السرعة الزاوية نعبّر عنها ب rad / s و شعاع المسار الدائري ونعبّر عنه بالمتر ، v

قيمة السرعة ونعبّر عنها ب m / s و قيمة التسارع ونعبّر عنها ب m / s² و \vec{n} المتجهة الواحدة المنظمة موجهة نحو المركز C .

2 – الشرطان الأساسيان للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسما صلبا كتلته m ، وحركة مركز قصوره دائرية منتظمة في معلم غاليلي .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

بحيث أن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ مجموع القوى المطبقة على الجسم الصلب .

للحصول على حركة دائرية منتظمة يجب أن تكون متجهة التسارع \vec{a}_G

لمركز قصور الجسم انجذابية مركزية منظمها ثابت ومنظمها يساوي :

$$a = \frac{v^2}{r} \quad \text{وبالتالي يجب أن تكون } \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F} \quad \text{كذلك مركزية انجذابية}$$

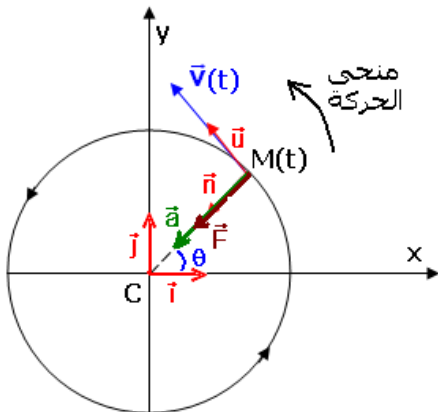
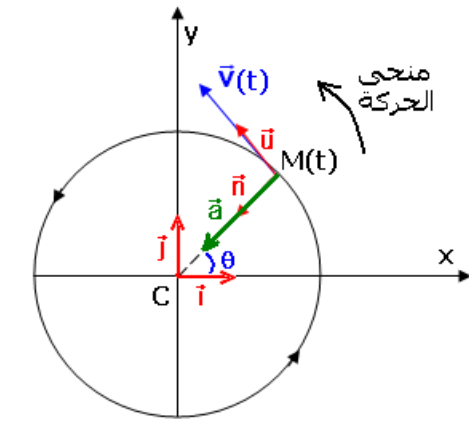
$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ومنظمها}$$

III – قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

يحدث بين جسمين نقطيين (A) و (B) كتلتها m_A و m_B ، وتفصل بينهما مسافة AB ،

تجاذب كوني قوتاه هما $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ بحيث أن :

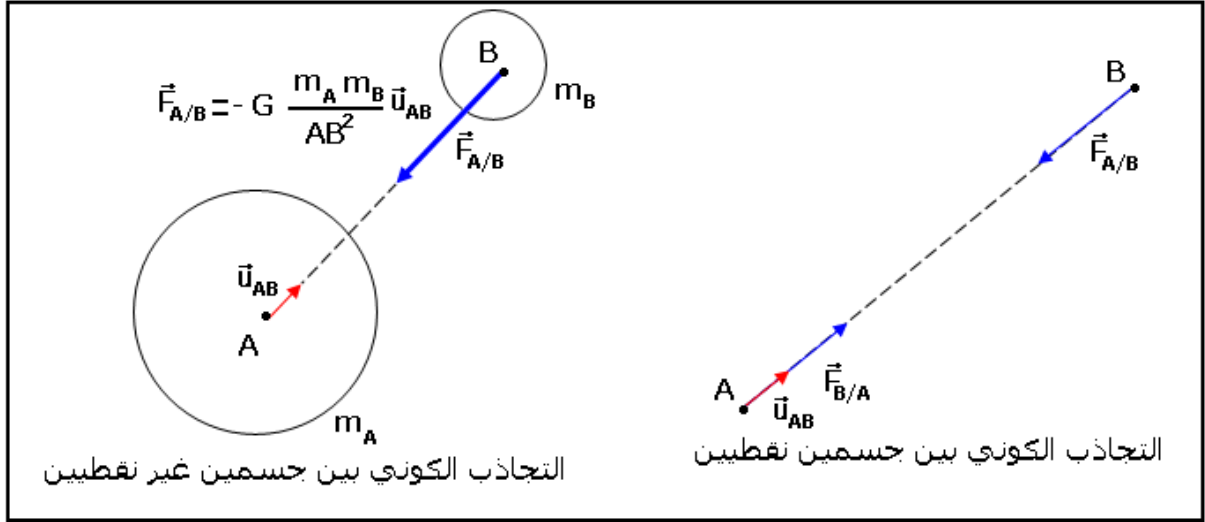


$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G.m_A.m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

$G = 6,67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$: ثابتة التجاذب الكوني :

\vec{u}_{AB} متجهة واحدة موجهة من A نحو B .

- يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :
- أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .
- أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .

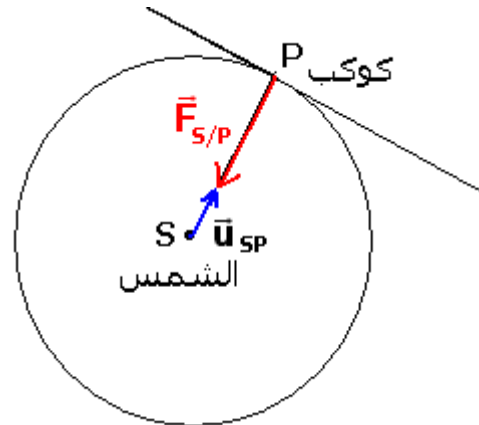


IV – الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

1 – تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته m ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة حول الشمس ذات كتلة m_s ومركزها S .



يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني : $\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m.m_s}{r^2} \vec{u}_{SP}$

وحسب القانون الثاني لنيوتن لدينا : $\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m.m_s}{r^2} \vec{u}_{SP} = m.\vec{a}_p \Rightarrow \vec{a}_p = -G \frac{m_s}{r^2} \vec{u}_{SP}$

يلاحظ من خلال العلاقة أن \vec{a}_p و \vec{u}_{SP} لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع انجذابي مركزي وبالتالي فإن حركة الكوكب P حركة دائرية منتظمة .

وبما أن قوة التجاذب الكوني قوة انجذابية مركزية فإن :

$$\vec{F}_{S/JP} = -m \cdot \frac{v^2}{r} \vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس

$$r, \text{ بشرط أن تحقق سرعته العلاقة : } v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

2 - تعبير الدور المداري T :

الدور المداري T

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S} \text{ لدينا } T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}}$$

وبالتالي $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

٧ - الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعي المرجع المركزي الأرضي نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب .

مثال : يشكّل القمر (la lune) قمرا طبيعيا للأرض .

1 - تعبير السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما يتحقق الشرطان

- القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة m_T والشعاع r_T

على القمر الاصطناعي S ($\vec{F}_{T/S}$) انجذابية مركزية .

- منظما $F_{T/S}$ ثابت ، ويحقق العلاقة $F_{T/S} = \frac{mv^2}{r}$ أي أن

$$a = \frac{v^2}{r} \text{ التسارع}$$

وتطبيق القانون الثاني لنيوتن : يوجد القمر الاصطناعي تحت تأثير

القوة ($\vec{F}_{T/S}$) القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر

الاصطناعي :

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m_T \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r} \vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{G m_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_T}{r}}$$

بحيث أن $r = r_T + z$ و z هو ارتفاع القمر الاصطناعي بالنسبة للأرض و r_T شعاع الأرض .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(r_T + z)^3}{G \cdot m_T}} \text{ الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي هو :}$$

ملحوظة : لاتعلق v سرعة دوران القمر الاصطناعي والدور المداري T بكتلة القمر الاصطناعي بل

تتعلق بارتفاعه z بالنسبة لسطح الأرض .

2 - الاستقمار satellisation

تعريف :

الاستقمار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تتم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

– حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريبا منعدم .

– منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متجهة السرعة البدئية عمودية على متجهة الموضع \vec{TS} ومنظمها يحقق

$$v = \sqrt{\frac{G.m_T}{(r_T + z)}} : \text{العلاقة}$$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو .

3 – الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا بدا دوما غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض :
في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها

القطبي ، ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوما فلكيا (24 ساعة)

لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب :

– أن يدور في منحنى دوران الأرض حول محور قطبيها .

– يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

– يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن $T = 23h56min = 84164s$ أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض

$$T = \sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}} \Rightarrow z = \left(\frac{T^2 \cdot G.m_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - r_T \quad \text{هو :}$$

تطبيق عددي :

$$z = 36000km$$