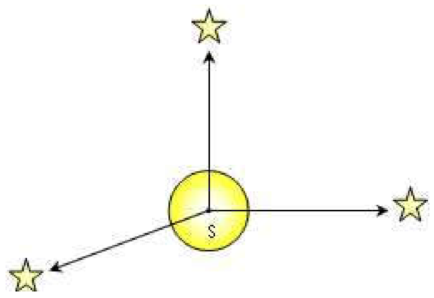
حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية

1. القوانين الثلاثة لـ : " كيبلـر" (Kepler) :



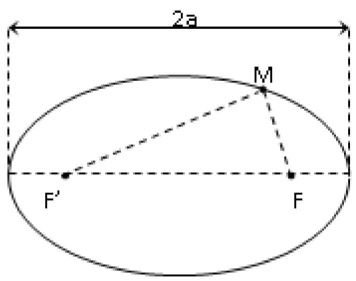
لدراسة حركة الكواكب في النظام الشمسي نعتبر المعلم $(S\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ المرتبط بالمرجع المركزي الشمسي

والذي نعتبره غاليليا بحيث أصله S مركز الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة ثابتة .

القانون الأول (1609)

مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الشمسي ، عبارة عن إهليلج يعتبر مركز الشمس إحدى بؤرتيه .

❖ تذكير رياضي:



الإهليلج في مستوى هو مجموعة النقط M التي تحقق المعادلة : $FM + F'M = 2a$

F و 'F نقطتان ثابتتان تسميان بؤرتي الإهليلج .

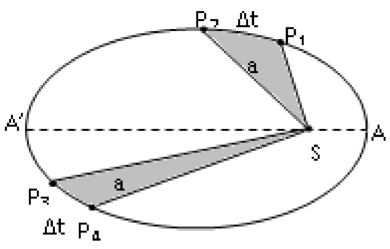
2a : طول المحور الكبير للإهليلج .

a : نصف طول المحور الكبير .

حالة خاصة:

إذا كانت البؤرتان منطبقتين فإن المعادلة تصبح : $FM = a$ وبالتالي فإن الإهليلج في هذه الحالة عبارة عن دائرة شعاعها a .

القانون الثاني (1609)



نعتبر كوكبا مركزه P له مسار إهليلجي حول مركز الشمس S .

تتناسب المساحة a المكسوحة من طرف القطعة [S,P] خلال حركة الكوكب اطرادا مع الزمن t

$$\boxed{\frac{\Delta a}{\Delta t} = C}$$

C : ثابتة التناسب وتتعلق بالكوكب.

القانون الثالث (1919)

نسمي الدور المداري لكوكب، المدة الزمنية T التي ينجز خلالها الكوكب دورة واحدة. يتناسب مربع الدور المداري T اطرادا مع مكعب نصف المحور الكبير للإهليلج :

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = K_S}$$

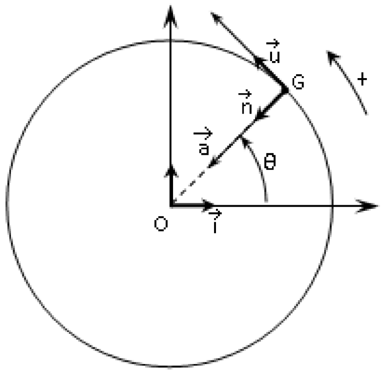
K_S : ثابتة لها نفس القيمة بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي وتتعلق فقط بالنجم (الشمس) . $K_S = 2{,}97.10^{-19}\ s^2.m^{-3}$

2. الحركة الدائـرية المنتظمة : Le mouvement circulaire uniforme

نعتبر جسما صلبا مركز قصوره G . تكون حركة G دائرية منتظمة إذا كان مسارها بالنسبة لمرجع معين عبارة دائرة شعاعها r ومركزها O وسرعتها ثابتة $v = Cte$. لدراسة الحركة نعتبر **معلما متعامدا** ممنظما $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ في مستوى المسار الدائري .

نعلم موضع النقطة G في كل لحظة t بالأفصول الزاوي الموجه في منحى الحركة : $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OG})$.

❖ **خصائص الحركة الدائرية المنتظمة :**



- السرعة الزاوية ثابتة : $\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r} = Cte$ وحدتها : $rad.s^{-1}$
- متجهة السرعة في معلم فريني : $\vec{v} = r\,\omega\,\vec{u}$
- متجهة التسارع في معلم فريني : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$

وبما أن السرعة الخطية ثابتة $v = Cte$ فإن:

$\frac{dv}{dt} = 0$ وبالتالي : $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n} = r\,\omega^2\,\vec{n}$. متجهة التسارع انجذابية مركزية .

❖ **شرط الحصول على حركة دائرية منتظمة :**

نعتبر جسما صلبا كتلته m وحركة مركز قصوره G دائرية منتظمة شعاع مساره r . لتكن $\vec{F} = \sum \vec{F}_{ext}$ مجموع متجهات القوى التي يخضع لها الجسم . نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم : $\vec{F} = m\,\vec{a}$ ولدينا : $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$ إذا : $\vec{F} = \frac{m\,v^2}{r}\vec{n}$.

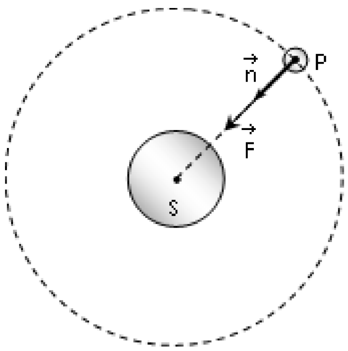
لكي تكون حركة مركز قصور الجسم دائرية منتظمة ، ينبغي أن يتحقق الشرطان التاليان :

- أن مجموع متجهات القوى انجذابيا مركزيا .
- أن يكون منظم مجموع متجهات القوى ثابتا ويحقق العلاقة التالية : $F = \frac{m\,v^2}{r}$

3. الحركة المدارية للكواكب والأقمار : Le mouvement orbitale des planètes et satellites

الحركة المدارية للكواكب :

رغم أن المسار الدائري لمركز قصور كوكب ممكن نظريا فإن أيا من الكواكب في النظام الشمسي ليست لديه مسار دائري. لكن بعض الكواكب يمكن تقريب مسارها الإهليلجي بمسار دائري . فيما يلي نعتبر كوكبا مركزه P له حركة دائرية منتظمة حول مركز الشمس S .



في المعلم المركزي الشمسي ، الذي نعتبره غاليليا ، يخضع الكوكب لقوة التجاذب الكوني :

$$\vec{F} = -\,G\,\frac{m\,m_S}{r^2}\,\vec{u}_{SP}$$

ولدينا : $\vec{u}_{SP} = -\,\vec{n}$ أي : $\vec{F} = G\,\frac{m\,m_S}{r^2}\,\vec{n}$. إذن : $\vec{F}$ انجذابية مركزية .

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب : $\vec{F} = m\,\vec{a}$ ولدينا : $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$

ومنه : $m\,\frac{v^2}{r}\vec{n} = G\,\frac{m\,m_S}{r^2}\vec{n}$ أي : $v^2 = \frac{G\,m_S}{r}$

وبالتالي فإن سرعة الكوكب حول الشمس تكتب على الشكل :

$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\,m_S}{r}}}$ G : ثابتة التجاذب الكوني$(G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2})$ ،m_S : و كتلة الشمس r : شعاع المدار.

G : ثابتة التجاذب الكوني $(G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2})$ ، m_S : كتلة الشمس و r : شعاع المدار .

❖ الدور المداري للكوكب :

هو المدة الزمنية اللازمة لينجز الكوكب دورة كاملة حول الشمس : $T = \frac{L}{v}$ بحيث : L : محيط المدار

لدينا : $T = \frac{2\pi r}{v}$ أي : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{G m_S}$ ومنه : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G m_S}}$ لدينا: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_S}$. نستنتج أن النسبة:

$\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة ولا تتعلق إلا بكتلة الشمس. وهي نتيجة مطابقة للقانون الثالث لكيبلر .

لدينا: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_S}$. نستنتج أن النسبة: $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة ولا تتعلق إلا بكتلة الشمس. وهي نتيجة مطابقة للقانون الثالث لكيبلر .

<u>الحركة المدارية للأقمار :</u>

نسمي قمرا كل جسم له حركة مدارية حول كوكب ، منها الأقمار الطبيعية والأقمار الاصطناعية .

ندرس حركة قمر أرضي بالنسبة للمعلم المركزي الأرضي والذي نعتبره غاليليا .

❖ السرعة والدور المداري للقمر :

نعتبر قمرا حول الأرض مركزه S وكتلته m في حركة دائرية منتظمة بسرعة v وشعاع مداري r .

شرطا الحصول على حركة دائرية منتظمة للقمر :

- قوة التجاذب الكوني التي تسلطها الأرض على القمر $\vec{F}_{T/S}$ انجذابية مركزية .

- بدراسة مماثلة للدراسة السابقة : .القمر عن سطح الأرض ارتفاعا: h. $r = r_T + h$: بحيث $v = \sqrt{\frac{G m_T}{r}}$ الدور المداري للقمر : T

عن h تتعلق بكتلته بل بارتفاعه والدور المداري للقمر لا v نستنتج أن السرعة . $T = 2\pi\sqrt{\frac{(r_T + h)^3}{G m_T}}$:أي $= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G m_T}}$

<u>*La satellisation*: لإستقمار ا</u> .سطح الأرض الاستقمار هو عملية وضع القمر الاصطناعي في مداره بسرعة كافية لتكون حركته دائرية منتظمة حول الأرض . وتتم العملية في مرحلتين :

الدور المداري للقمر : تتعلق بكتلته والدور المداري للقمر لا v نستنتج أن السرعة . $T = 2\pi\sqrt{\frac{(r_T + h)^3}{G m_T}}$:أي $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G m_T}}$

<u>*La satellisation*: لإستقمار ا</u> .عن سطح الأرض h بل بارتفاعه الاستقمار هو عملية وضع القمر الاصطناعي في مداره بسرعة كافية لتكون حركته دائرية منتظمة حول الأرض . وتتم العملية في مرحلتين :

<u>الإستقمار : *La satellisation*</u>

الاستقمار هو عملية وضع القمر الاصطناعي في مداره بسرعة كافية لتكون حركته دائرية منتظمة حول الأرض . وتتم العملية في مرحلتين :

- حمل القمر الاصطناعي بعيدا عن سطح الأرض $(h > 200 \text{ km})$ حيث ينعدم تقريبا الغلاف الجوي لتفادي الاحتكاك المائع .
- اطلاق القمر بسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على الشعاع TS بحيث تكون قيمتها : . $v_0 = \sqrt{\frac{G m_T}{r_T + h}}$ <u>حالة خاصة: الأقمار الساكنة بالنسبة</u>

<u>للأرض: *Les satellites géostationnaires*</u>

<u>حالة خاصة: الأقمار الساكنة بالنسبة للأرض: *Les satellites géostationnaires*</u>

يكون قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا كان غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض (أقمار الاتصالات) . وللحصول على قمر اصطناعي ساكن بالنسبة للأرض ينبغي أن تكون حركته الدائرية مطابقة لحركة الدوران للأرض في المعلم المركزي الأرضي . وبالتالي ينبغي أن يكون مداره فوق خط الاستواء ويكون دوره المداري مساويا ليوم واحد : $T = 24$ h

ولدينا : . $h = 36.10^3$ km :أي حوالي $h = \left(\left(\frac{T^2 G m_T}{4\pi^2}\right)^{1/3} - r_T\right)$:أي $T = 2\pi\sqrt{\frac{(r+h)^3}{G m_T}}$