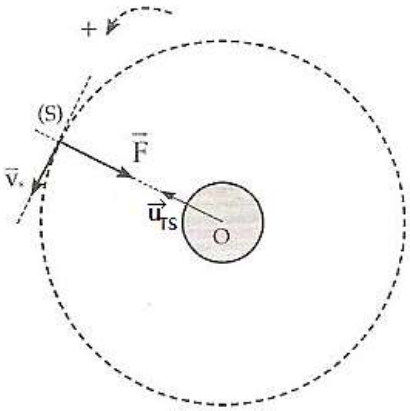
# التصحيح

## تمرين 1

### 1-تمثيل متجهة السرعة $\vec{V}_S$ للقمر الإصطناعي (S) و متجهة قوة التجاذب الكوني $\vec{F}$




اتجاه القوة $\vec{F}$ هو اتجاه المتجهة الواحدية $\vec{u}_{TS}$ ومنحاها معاكس لمنحى $\vec{u}_{TS}$ .

اتجاه $\vec{V}_S$ عمودي على اتجاه $\vec{F}$ ومنحاها هو منحى الحركة .

### 2-التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض

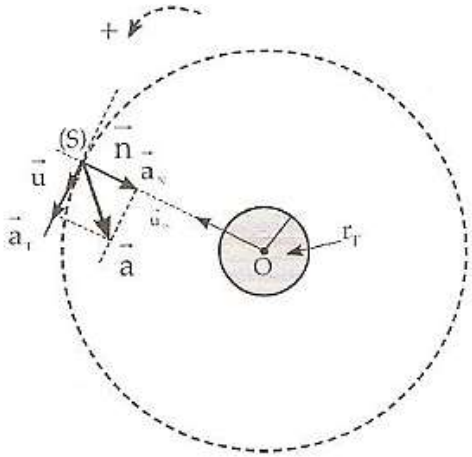
$$\vec{F} = -G.\frac{M_T.m}{(r_T+h)^2}.\vec{u}_{TS}$$

حيث $M_T$ : كتلة الأرض و $m_S$ : كتلة القمر الإصطناعي .

### 3-تعبير متجهة التسارع لحركة $(S)$ في اساس فريني

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow \vec{a} = a_T.\vec{u} + a_N.\vec{n}$$

مع : $a_T = \frac{dv}{dt}$ التسارع المماسي و $a_N = \frac{V^2}{R}$ التسارع المنظمي




### 4.1-إثبات انتظام الحركة

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S) لدينا : $\vec{F} = m.\vec{a}$ أي : $m.\vec{a} =$

$-G.\frac{M_T.m_S}{(r_T+h)^2}.\vec{u}_{TS}$

نستنتج التسارع : $\vec{a} = -G.\frac{M_T}{(r_T+h)^2}.\vec{u}_{TS}$

في معلم فريني $(S,\vec{u},\vec{n})$ متجهة التسارع تكتب : $\vec{a} = G.\frac{M_T}{(r_T+h)^2}.\vec{n}$

حيث $\vec{n} = -\vec{u}_{TS}$

إذن : $a_T = 0$

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

يعني ان السرعة ثابتة $(V = cte)$ وحركة S منتظمة .

### 4.2-تعبير $V_S$

باعتبار التسارع منظميا ، فإن : $a = a_N$

$$\frac{V_S^2}{r_T+h} = \frac{G.M_T}{(r_T+h)^2}$$

$$V_S^2 = \frac{G.M_T}{r_T + h}$$

$$\boldsymbol{V_S = \sqrt{\frac{G.M_T}{r_T + h}}}$$

لنعبر عن الجداء $G.M_T$ بدلالة $V_S$ :

باعتبار الثقالة ناتجة فقط عن التجاذب ، فإن وزن القمر الإصطناعي يساوي قوة التجاذب المطبقة عليه : $P = F$

$$\mathrm{m.g} = \mathrm{G}.\frac{M_T.m}{(r_T + h)^2} \Rightarrow g = G.\frac{M_T}{(r_T + h)^2}$$

عند سطح الأرض حيث $h = 0$ :

$$g_0 = \frac{G.M_T}{{r_T}^2} \Rightarrow G.M_T = g_0.{r_T}^2$$

نعوض في تعبير السرعة نحصل على :

$$\boldsymbol{V_S = \sqrt{\frac{g_0.{r_T}^2}{r_T + h}} \Rightarrow V_S = r_T\sqrt{\frac{g_0}{r_T + h}}}$$

ت.ع :

$$V_S = 6350 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{9{,}8}{6350 \times 10^3 + 1000 \times 10^3}} \Rightarrow \boldsymbol{V_S = 7332{,}35\ m.s^{-1}}$$

## 5-كتلة الأرض

باستعمال العلاقة : $G.M_T = g_0.{r_T}^2$ نحصل على : $\boldsymbol{M_T = \frac{g_0.{r_T}^2}{G}}$

ت.ع :

$$\boldsymbol{M_T = \frac{9{,}8 \times (6350 \times 10^3)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 5{,}92.10^{24}\ kg}$$

## 6-إثبات ان القمر الإصطناعي لا يبدو ساكنا :

في يوم واحد ينجز القمر الإصطناعي 14 دورة حول الأرض ، التي تنجز فقط دورة واحدة أي أن : $T \approx 14T_S$ . ( $T \neq T_S$ )

هذا يعني أن دوري حركتهما مختلفتان وبالتالي لا يبدو S ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي .

### 7.1-إثبات العلاقة : $\omega^2.(r_T + z)^3 = cte$

تعبير سرعة القمر $S'$ هي : $V_{S'} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r_T+z}}$

ونعبر عنها أيضا بالعلاقة : $V_{S'} = (r_T + z)\omega$ أي : $\sqrt{\frac{G.M_T}{r_T+z}} = (r_T + z)\omega$

$$\frac{G.M_T}{r_T + z} = (r_T + z)^2.\omega^2$$

$$\boldsymbol{(r_T + z)^3.\omega^2 = G.M_T}$$

$$\omega^2.(r_T + z)^3 = cte$$

### 7.2-قيمة الإرتفاع z

باستعمال العلاقة :

$$\omega^2.(r_T+z)^3 = G.M_T$$

نستنتج : $(r_T+z)^3 = \frac{G.M_T}{\omega^2} \Rightarrow r_T+z = \sqrt[3]{\frac{G.M_T}{\omega^2}} \Rightarrow r_T = \sqrt[3]{\frac{G.M_T}{\omega^2}} - z$ و

بما أن القمر الإصطناعي ساكن بالنسبة للأرض ، فإن سرعته الزاوية تساوي السرعة الزاوية للأرض ومنه : $T = T'$ .

$$\omega = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

نعوض في العلاقة السابقة :

$$\boldsymbol{z = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4\pi^2}} - r_T \Rightarrow z = \sqrt[3]{\frac{g_0.r_T^2.T^2}{4\pi^2}} - r_T}$$

ت.ع :

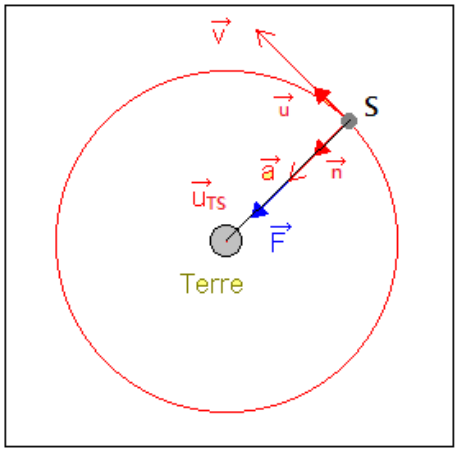
$$z = \sqrt[3]{\frac{9{,}8 \times (6350 \times 10^3)^2 \times 84164^2}{4\pi^2}} - 6350 \times 10^3$$

$$\boldsymbol{z = 3{,}50.10^7\ m = 35\ 000\ km}$$

## تمرين 2 :

### 1- شروط التي يجب أن تتوفر لكي يكون قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض

- ✓ ينبغي أن يقع مداره في مستوى خط الإستواء
- ✓ أن يدور في نفس منحى دوران الارض حول محورها القطبي
- ✓ أن يكون دوره المداري مساويا لدور حركة الدوران للأرض




### 2-إثبات تعبير متجهة التسارع

يخضع القمر الإصطناعي $(S)$ لقوة التجاذب المطبقة عليه من طرف الأرض تعبيرها :

$$\vec{F} = -G.\frac{m_T.m}{r_0^2}.\vec{u}_{TS}$$

في معلم فريني : $\vec{F} = G.\frac{m_T.m}{r_0^2}.\vec{n}$ حيث : $\vec{n} = -\vec{u}_{TS}$ و $m$ كتلة القمر الإصطناعي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في المعلم المركزي الأرضي نكتب :

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

$$m.\vec{a} = G.\frac{m_T.m}{r_0^2}.\vec{n} \Rightarrow \boldsymbol{\vec{a} = \frac{G.m_T}{r_0^2}.\vec{n}}$$

## 3-إثبات انتظام حركة القمر و تعبير سرعته

حسب السؤال 2- متجهة التسارع منظمية إذن : $a_T = 0$ أي: $\frac{dV}{dt} = 0$

يعني أن $\boldsymbol{V = cte}$ أي أن حركة القمر الإصطناعي منتظمة في المعلم المركزي الأرضي.

باعتبار التسارع منظميا ، فإن : $a = a_N$ مع : $a_N = \frac{V^2}{r_0}$

$$\frac{G.m_T}{r_0^2} = \frac{V^2}{r_0} \Rightarrow \boldsymbol{V = \sqrt{\frac{G.m_T}{r_0}}}$$

## 4-تعريف وتعبير الدور المداري T للقمر الإصطناعي

تعريفه: يساوي المدة التي يستغرقها القمر الإصطناعي لإنجاز دورة واحدة حول الأرض .

تعبيره : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ مع $\omega$ السرعة الزاوية

نعلم أن : $V = r_0.\omega$ أي: $\omega = \frac{V}{r_0}$

تعبير $T$ يصبح : $T = \frac{2\pi r_0}{V}$ أي: $\boldsymbol{T = 2\pi r_0.\sqrt{\frac{r_0}{G.m_T}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r_0^3}{G.m_T}}}$

## 5- تعبير الثابتة $\boldsymbol{K}$ بدلالة $\boldsymbol{G}$ و $\boldsymbol{m_T}$

من خلال العلاقة السابقة :

$$T^2 = 4\pi^2\frac{r_0^3}{G.m_T} \Rightarrow \frac{T^2}{{r_0}^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$$

تعبير الثابتة $K$ هو : $\boldsymbol{K = \frac{4\pi^2}{G.m_T}}$

## 6- تعبير النسبة $\frac{m_S}{m_T}$ بدلالة $r_T$ و $r_0$ و $T_T$ و $T_0$

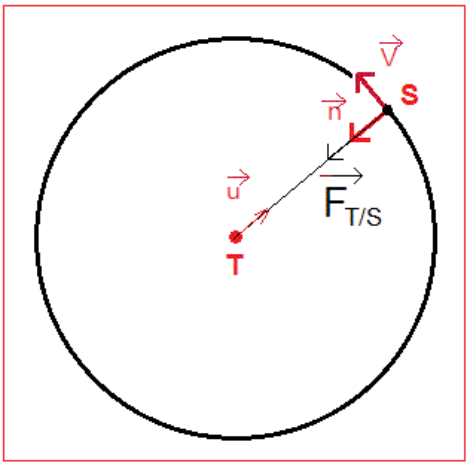
تعبير القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة الأرض حول الشمس : $\frac{{T_T}^2}{{r_T}^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S}$ ومنه : $m_S = \frac{4\pi^2{r_T}^3}{G.{T_T}^2}$

حسب السؤال5- قانون كبلير الثالث بالنسبة لحركة القمر حول الأرض : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S}$ ومنه : $m_T = \frac{4\pi^2r^3}{G.T^2}$

$$\frac{m_S}{m_T} = \frac{\frac{4\pi^2{r_T}^3}{G.{T_T}^2}}{\frac{4\pi^2r^3}{G.T^2}} \Rightarrow \frac{m_S}{m_T} = \frac{{r_T}^3}{r^3}.\frac{T^2}{{T_T}^2} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{m_S}{m_T} = \left(\frac{r_T}{r}\right)^2.\left(\frac{T}{T_T}\right)^2}$$

ت.ع : $\boldsymbol{\frac{m_S}{m_T} = \left(\frac{1{,}496.10^8\ km}{4{,}22.110^4\ km}\right)^2.\left(\frac{1}{356{,}25}\right)^2 \approx 3{,}34.10^5}$

# تمرين 3 :




الجزء الأول :

1- أ- أنظر التبيانة جانبه

ب- تعبير متجهة قوة التجاذب

حسب قانون نيوتن للتجاذب الكوني :

$$\vec{F}_{T/G} = -G.\frac{M_T.m}{(R_T+h)^2}.\vec{u}$$

2- أ- المرجع التي تدرس فيه حركة $G$

المرجع المركزي الأرضي.

ب- الإفتراض

لتطبيق القانون الثاني لنيوتن يجب أن يكون المرجع المركزي الأرضي غاليليا .

ج- تسارع $G$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على $G$ نكتب : $\vec{F}_{T/G} = m.\vec{a}$

$m.\vec{a} = -G.\frac{M_T.m}{(R_T+h)^2}.\vec{u}$ نستنتج متجهة التسارع : $\vec{a} = -G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{u}$

3- أ-مميزات تسارع حركة دائرية منتظمة

في حركة دائرية منتظمة متجهة التسارع تكون انجذابية مركزية وقيمتها : $a = a_N = \frac{V^2}{R}$

ب- تعبير سرعة $G$

باعتبار التسارع منظميا نكتب :

$$a = a_N$$

$$\frac{V^2}{R_T+h} = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$$

4- أ-الدور المداري :

تعريفه : يساوي المدة التي يستغرقها القمر الإصطناعي لإنجاز دورة واحدة حول الأرض.

تعبيره : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ مع : $V = (R_T+h).\omega$ من العلاقتين نستنتج : $T = \frac{2\pi(R_T+h)}{V}$

باعتبار تعبير السرعة نحصل على :

$$T = 2\pi(R_T + h).\sqrt{\frac{R_T + h}{G.M_T}}$$

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G.M_T}}}$$

الجزء الثاني :

1- أ- إتمام ملأ الجدول

| القمر الإصطناعي | شعاع المسار $R(km)$ | الدور المداري $T(s)$ | $R^3(km^3)$ | $T^2(s^2)$ |
|---|---|---|---|---|
| $GPS$ | $20{,}2.10^3$ | $2{,}88.10^4$ | $8{,}24.10^{12}$ | $8{,}29.10^8$ |
| $GLONASS$ | $25{,}5.10^3$ | $4{,}02.10^4$ | $1{,}66.10^{13}$ | $1{,}62.10^9$ |
| $GOVE\ A$ | $30{,}0.10^3$ | $5{,}16.10^4$ | $2{,}69.10^{13}$ | $2{,}67.10^9$ |
| $METEOSAT$ | $42{,}1.10^3$ | $8{,}58.10^4$ | $7{,}46.10^{13}$ | $7{,}36.10^9$ |

$$\boldsymbol{R = R_T + h = 6{,}38.10^3 + 23{,}6.10^3 = 30.10^3\ km}$$

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(30\times10^3\times10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}\times5{,}92.10^{24}}} = 5{,}16.10^4\ s}$$

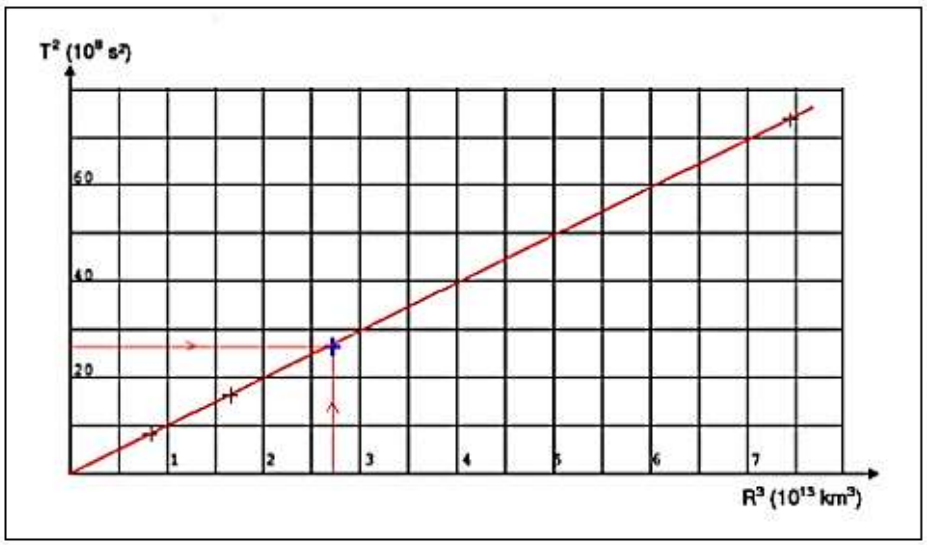
ب- المبيان $\boldsymbol{T^2 = f(R^3)}$

2- أ- استنتاج

المنحنى $\boldsymbol{T^2 = f(R^3)}$ عبارة عن دالة خطية إذن $\boldsymbol{T^2}$ تتناسب مع $\boldsymbol{R^3}$ .

ب-تطابق بين الالنتائج التجريبية والنظرية

تجريبيا لدينا $K = \frac{T^2}{R^3}$ ويمثل المعامل الموجه للمنحنى




$$\boldsymbol{K = \frac{70.10^8}{7.10^{13}} = 1.10^{-12}\ s^2.m^{-3}}$$

نظريا : حسب نتيجة السؤال – 4 لدينا

العلاقة : $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.M_T}}$ أي: $T^2 =$

$4\pi^2.\frac{R^3}{G.M_T}$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} \quad (1)$$

تعبير $K$ هو : $K = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$

ت.ع : $K = \frac{4\pi^2}{6{,}67.10^{-11} \times 5{,}92.10^{24}} = 9{,}89.10^{-14}\ s^2.m^3$

القيمتان التجريبية والنظرية للثابتة $K$ تقريبا متساويتان .

نستنتج ان هناك تطابقا بين العلاقة $(1)$ و المنحنى $T^2 = f(R^3)$

ج- اسم القانون

القانون الثالث لكبلير : $\frac{T^2}{R^3} = K$