

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء الدورة الاستدراكية 2014  
علوم رياضية

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة تفاعل حمض البنزويك

1-دراسة تفاعل حمض البنزويك مع الماء :

1-1-حساب الكتلة  $m$  :

لدينا :

$$\begin{cases} n = \frac{m}{M} \\ n = \frac{m}{M} \\ C = \frac{n}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = n \cdot V \\ n = C \cdot V \end{cases} \Rightarrow n = C \cdot V \cdot M$$

$$n = 1.10^{-3} \times 0,2 \times 122 = 0,244 \text{ g}$$

ت.ع :

1-2-الجدول الوصفي :

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
حالة التحول	x	C.V - x	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{\acute{e}q}$	C.V - $x_{\acute{e}q}$	وفير	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{x_{\acute{e}q}}{V} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} \cdot V$$

الماء مستعمل بوفرة المتفاعل المحد هو الحمض نكتب :

$$C \cdot V - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = C \cdot V$$

نسبة التقدم النهائي نكتب :

$$\tau = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q} \cdot V}{C \cdot V} = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{C}$$

حسب تعريف موصلية المحلول :

$$\sigma = [H_3O^+] \cdot \lambda_1 + [C_6H_5COO^-] \cdot \lambda_2$$

حسب الجدول الوصف :

$$[H_3O^+]_{\acute{e}q} = [C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{V}$$

نعوض في الموصلية :

$$\sigma = [H_3O^+] \cdot \lambda_1 + [H_3O^+] \cdot \lambda_2 = [H_3O^+] (\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$[H_3O^+] = \frac{\sigma}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{C} \Rightarrow \tau = \frac{\sigma}{(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot C}$$

ت.ع :

$$\tau = \frac{29.10^{-3}}{(35.10^{-3} + 3,25.10^{-3}) \times 1.0^{-2} \times 10^3} \approx 7,6.10^{-2} = 7,6\%$$

1-3-تعبير pH بدلالة C و  $\tau$  :

نعلم أن :

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{C} \quad \text{كما أن :}$$

$$pH = -\log(C \cdot \tau)$$

أي :  
[H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>] = C · τ ومنه :  
ت.ع :

$$pH = -\log(1 \cdot 10^{-2} \times 7,6 \cdot 10^{-2}) = 3,12$$

**1-4-استنتاج ثابتة الحمضية K<sub>A</sub> :**  
حسب تعريف K<sub>A</sub> نكتب :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q} \cdot [C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_{\acute{e}q} = [C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} = 10^{-pH}$$

$$[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} = \frac{C \cdot V - x_{\acute{e}q}}{V} = C - \frac{x_{\acute{e}q}}{V} = C - 10^{-pH}$$

نعوض في ثابتة الحمضية :

$$K_A = \frac{10^{-pH} \cdot 10^{-pH}}{C - 10^{-pH}} \Rightarrow K_A = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

ت.ع :

$$K_A = \frac{10^{-2 \times 3,12}}{1 \cdot 10^{-2} - 10^{-3,12}} \approx 6,25 \cdot 10^{-5}$$

**2-المعايرة حمض قاعدة :**

**2-1-تعبير n(HO<sup>-</sup>) في الحالة النهائية :**

جدول التقدم للتفاعل الحاصل خلال المعايرة :

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n <sub>0</sub>	C <sub>B</sub> · V <sub>B</sub>	0	0
حالة التحول	x	n <sub>0</sub> - x	C <sub>B</sub> · V <sub>B</sub> - x	x	x
الحالة النهائية	x <sub>E</sub>	n <sub>0</sub> - x <sub>E</sub>	C <sub>B</sub> · V <sub>B</sub> - x <sub>E</sub>	x <sub>E</sub>	x <sub>E</sub>

بما أن الايونات HO<sup>-</sup> المعايرة توجد بوفرة ، فإن المتفاعل المحد هو حمض البنزويك ومنه :

$$n_0 - x_{\max} = 0 \Rightarrow n_0 = x_{\max}$$

عند نهاية التفاعل يكون التقدم النهائي يساوي التقدم الاقصى لأن تفاعل المعايرة تفاعل كلي وبالتالي كمية مادة أيونات HO<sup>-</sup> المتبقية تكتب :

$$n(HO^-) = C_B \cdot V_B - x_{\max} = C_B \cdot V_B - n_0$$

**2-2-تعبير n<sub>0</sub> بدلالة x<sub>E</sub> و C<sub>B</sub> و V<sub>B</sub> :**

جدول تقدم تفاعل معايرة الفاض من HO<sup>-</sup> بواسطة أيونات H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> :

معادلة التفاعل		$H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow H_2O_{(l)}$		
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول		
البدئية	0	C <sub>A</sub> V <sub>A</sub>	n(HO <sup>-</sup> )	وفير
الوسيطية	x	C <sub>A</sub> V <sub>A</sub> - x	n(HO <sup>-</sup> ) - x	وفير
التكافؤ حالة	x <sub>E</sub>	C <sub>A</sub> V <sub>A</sub> - x <sub>E</sub>	n(HO <sup>-</sup> ) - x <sub>E</sub>	وفير

عند التكافؤ يستهلك المتفاعلات كلياً نكتب :

$$\begin{cases} C_A V_A - x_E = 0 \\ n(HO^-) - x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow n(HO^-) = C_A V_A = x_E$$

نعلم أن :

$$n(HO^-) = C_B \cdot V_B - n_0$$

ومنه :

$$\Rightarrow n(HO^-) = C_A V_A = C_B \cdot V_B - n_0 \Rightarrow n_0 = C_B \cdot V_B - C_A \cdot V_A$$

ت.ع:

$$n_0 = 1 \times 20 \cdot 10^{-3} - 1 \times 12 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

2-4-استنتاج النسبة الكتلية p لحمض البنزويك الخالص في المسحوق :

لدينا:

$$p = \frac{m_0}{m'}$$

مع كتلة حمض البنزويك الخالص المتواجدة في المسحوق :

$$m_0 = m_0 \cdot M(C_6H_5COOH)$$

$$p = \frac{m_0 \cdot M(C_6H_5COOH)}{m'}$$

ت.ع:

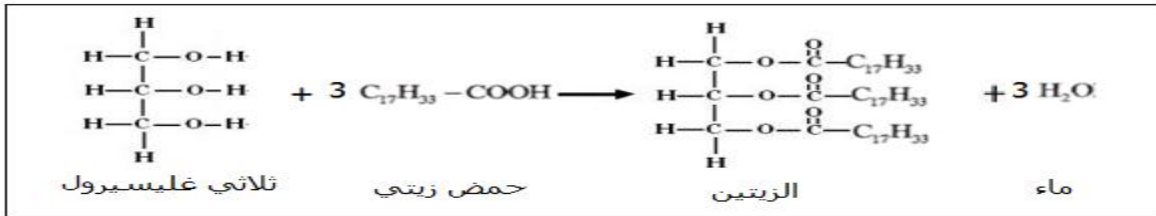
$$p = \frac{8 \cdot 10^{-3} \times 122}{1} = 0,976 = 97,6\%$$

الجزء الثاني : دراسة تفاعل التنصين

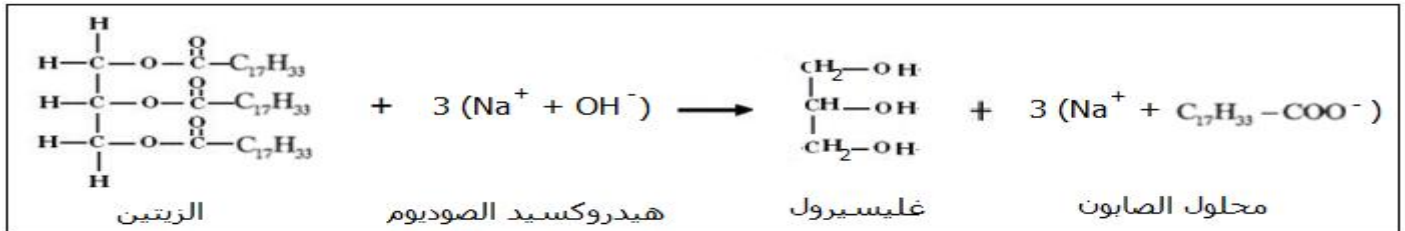
1- يتم صب الخليط التفاعلي في محلول مشبع لكلورور الصوديوم

لأن الصابون قليل الذوبان في الماء المالح الشيء الذي يساعد على فصله بعملية الترشيح عن الأنواع الأخرى .

2- معادلة تفاعل الغليسيرول وحمض الزيتي :



3- معادلة تفاعل التنصين :



الصيغة الكيميائية للصابون هي :



الجزء الهيدروفيلي للصابون هو :



4-تعبير مردود تفاعل التصين :  
الجدول الوصفي للتقدم :

المعادلة الكيميائية		$Oléine + 3(Na^+ + HO^-) \rightarrow glycérole + 3C_{17}H_{33}COO^- + Na^+$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$n_0$	$C.V$	0	0
حالة التحول	x	$n_0 - x$	$C.V - 3x$	3x	x
الحالة النهائية	$x_{max}$	$n_0 - x_{max}$	$C.V - 3x_{max}$	$3x_{max}$	$x_{max}$

تحديد المتفاعل المحد :  
لنقارن النسبتين :

$$\frac{n_i(HO^-)}{3} = \frac{C.V}{3} \quad \text{و} \quad \frac{n_i(Oléine)}{1} = n_0$$

$$n_0 = \frac{m}{M(O)} = \frac{10}{884} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\frac{C.V}{3} = \frac{7,5 \times 0,02}{3} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

و

المتفاعل المحد هو الزيتين والتقدم الأقصى هو :  $x_{max} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}(S)}{n_{th}(S)}$$

$$n_{th}(S) = 3x_{max} = 3 \frac{m}{M(O)} \quad \text{و} \quad n_{exp}(S) = \frac{m'}{M(S)}$$

مع :

ومنه :

$$r = \frac{m' M(O)}{M(S) 3m} \Rightarrow r = \frac{8}{304} \times \frac{884}{3 \times 10} \approx 77,5\%$$

الفيزياء

تمرين 1 : الموجات فوق الصوتية

1-الموجة فوق الصوتية تقطع المسافة  $2D$  أثناء انتقالها في الماء انطلاقا من الباعث الى المستقبل وبعد انعكاسها على السطح العاكس بسرعة انتشار  $v$  حيث :

$$t_R = \frac{2D}{v} \quad (1) \quad \text{ومنه} \quad v = \frac{2D}{t_R}$$

2-في غياب صفيحة البليكسيكلاص اللحظة  $t_R$  التي تم عندها النقاط الموجة المنعكسة أكبر من  $t'_R$  اللحظة التي تم عندها النقاط الموجة في وجود البليكسيكلاص .

بما أن الموجة قطعت نفس المسافة  $2D$  في مدد مختلفة حيث :  $t_R > t'_R$  وبالتالي سرعة انتشار الصوت في صفيحة البليكسيكلاص أكبر من سرعة انتشار الصوت في الماء (نعلم كذلك أن سرعة انتشار الصوت تتزايد مع تزايد كثافة الوسط).

2-2- تقطع الموجة الصوتية المسافة  $2D$  خلال المدة  $t'_R$  حيث :  
المسافة  $2(D - e)$  في الماء بالسرعة  $v$  والمسافة  $2e$  في البليكسيكلاص بسرعة انتشار  $v'$  نكتب :

$$\begin{cases} v = \frac{2(D - e)}{t} \\ v' = \frac{2e}{t'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2(D - e)}{v} \\ t' = \frac{2e}{v'} \end{cases} \Rightarrow t'_R = t + t' \Rightarrow t'_R = \frac{2(D - e)}{v} + \frac{2e}{v'} \quad (2)$$

3-2- تعبير السمك  $e$  :  
تقطع الموجة المسافة  $2e$  في البليكسيكلاص بسرعة  $v'$  خلال المدة  $t_B - t_A$  حيث :

$$t_B - t_A = \frac{2D}{v'} \quad (3)$$

$$t_R = \frac{2D}{v}$$

العلاقة (1) نكتب :

$$t_R = \frac{2(D - e)}{v} + \frac{2e}{v'} = \frac{2D}{v} - \frac{2e}{v} + \frac{2e}{v'}$$

العلاقة (2) نكتب :

نعوض العلاقاتين (1) و (3) في العلاقة (2) نحصل على :

$$t'_R = t_R - \frac{2e}{v} + t_B - t_A \Rightarrow \frac{2e}{v'} = t_R - t'_R + t_B - t_A$$

نستنتج :

$$e = \frac{v}{2}(t_R - t'_R + t_B - t_A)$$

تطبيق عددي :

$$e = \frac{1,42 \cdot 10^3}{2}(140 - 116 + 60 - 64) \times 10^{-6} = 1,42 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,42 \text{ cm}$$

## تمرين 2: الكهرياء

### الجزء الاول : دراسة دائرة متذبذبة LC

#### 1-1- حساب $U_1$ و $U_2$ :

المكثفان مركبان على التوالي وبالتالي يعبرهما نفس التيار فهما يحملان نفس الشحنة الكهربائية نكتب :

$$C_1 U_1 = C_2 U_2 = q \quad \text{ومنه} \quad q = q_1 = q_2$$

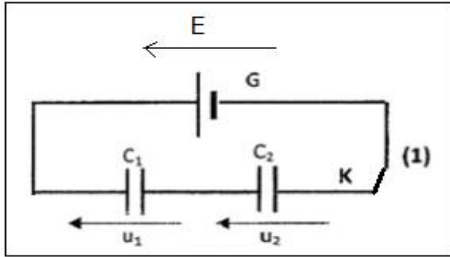
حسب قانون إضافية التوترات :

$$U_1 + U_2 = E \Rightarrow E = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = q \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \right)$$

$$q = E \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{ومنه}$$

تعبير  $U_1$  و  $U_2$  يكتب :

$$\begin{cases} U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot E \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = E \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2} \\ U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{1}{C_2} \cdot E \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = E \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{12 \times 0,5 C_1}{C_1 + 0,5 C_1} = \frac{6}{1,5} = 4V \\ U_2 = E - U_1 = 12 - 4 = 8V \end{cases}$$



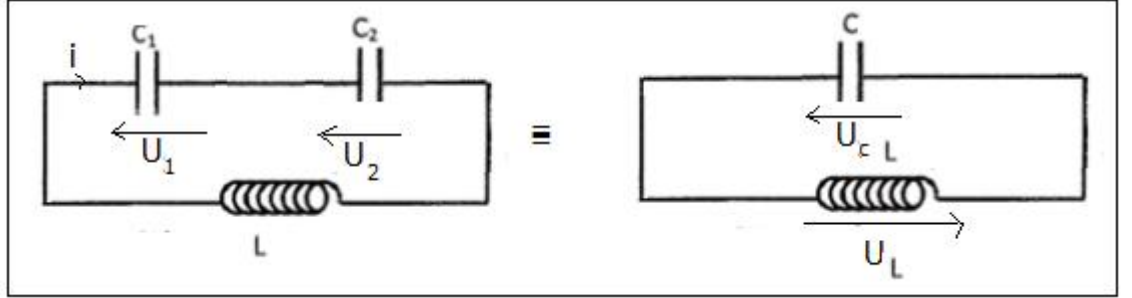
**1-2- الطاقة المخزنة في  $C_1$  :**  
لدينا :

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1}$$

**الطاقة المخزنة في  $C_2$  :**  
لدينا :

$$E_2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{(0,5C_1)} = \frac{1}{0,5} \left( \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1} \right) = 2 \left( \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_1} \right) \Rightarrow E_2 = 2E_1$$

**1-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها  $u_c$  بين مبرطي المكثف :**



**سعة المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوالي :**

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} = \frac{C_1 + 0,5C_1}{C_1(0,5C_1)} = \frac{1,5}{0,5C_1} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{3}{C_1}$$

ومنه:  $C = \frac{C_1}{3}$

**حسب قانون إضافية التوترات :**

$$u_L + u_C = 0$$

**حسب قانون أوم :**

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} = L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} = \frac{1}{3} L \cdot C_1 \frac{d^2u_C}{dt^2}$$

**المعادلة التفاضلية تكتب :**

$$\frac{1}{3} L \cdot C_1 \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{3}{L \cdot C_1} u_C = 0$$

**2-2- تعبير الدور الخاص  $T_0$  :**

**نقوم باشتقاق حل المعادلة التفاضلية  $u_c = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$  مرتين ونعوض في المعادلة التفاضلية حيث :**

$$\begin{cases} u_c = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \\ \frac{du_c}{dt} = -E \cdot \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \Rightarrow -E \cdot \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) + \frac{3}{L \cdot C_1} E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = 0 \\ \frac{d^2u_c}{dt^2} = -E \cdot \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \end{cases}$$

$$\underbrace{E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)}_{\neq 0} \left[ -\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{3}{L \cdot C_1} \right] = 0 \Rightarrow -\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{3}{L \cdot C_1} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{3}{L \cdot C_1} \Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2 L \cdot C_1}{3}$$

تعبير الدور الخاص هو :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L \cdot C_1}{3}}$$

-استنتاج قيمة معامل التحريض :

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 L \cdot C_1}{3} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{4\pi^2 C_1}$$

مبينا قيمة الدور الخاص هي:  $T_0 = 4ms$

ت.ع:

$$L = \frac{3(4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 3 \cdot 10^{-6}} = 0,4 H$$

**2-3- إثبات أن الطاقة الكلية للدائرة ثابتة خلال الزمن :**

تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف :

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2 = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

تعبير الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيجة :

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2} L C^2 \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} L \cdot C^2 E^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{L \cdot C} \text{ مع}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot C^2 E^2 \cdot \frac{1}{L \cdot C} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \frac{1}{2} C E^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

تعبير الطاقة الكلية :

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) + \frac{1}{2} C E^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \frac{1}{2} C E^2 \left[ \underbrace{\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)}_{=1} \right]$$

$$E = \frac{1}{2} C E^2 = Cte$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{C_1}{3} E^2 = \frac{1}{6} C_1 E^2$$

ت.ع:

$$E = \frac{1}{6} \times 3 \cdot 10^{-6} \times 12^2 = 7,2 \cdot 10^{-5} J$$

الطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة  $t = 2ms$  :

حسب المنحنى أعلاه الممثل للطاقة المغنطيسية لدينا عند اللحظة  $t$  قيمة  $E_m = 0$  ومنه :

$$E(t) = E_e(t) + \underbrace{E_m(t)}_{=0} \Rightarrow E_e(t) = E(t) = 7,2 \cdot 10^{-5} J$$

الجزء الثاني : دراسة ثنائي القطب RLC :

**1- حساب R :**

عند الرنين الكهربائي تكون مقاومة الدارة R حسب قانون أوم نكتب :

$$U = R I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R}$$

ت.ع:

$$I_0 = \frac{30}{0,3} = 100 A$$

**2- حساب قيمة التردد الخاص  $N_0$  :**  
عند الرنين لدينا :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

مع :  
ت.ع:

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,32 \times 5 \cdot 10^{-6}}} = 125,8 \text{ Hz}$$

**3- مقارنة القدرتين  $P_0$  و  $P$  :**  
تعبير  $P$  القدرة عند حدي المنطقة الممررة :

$$P = U \cdot I \cos\varphi = U \cdot I \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} U \cdot I$$

تعبير القدرة المتوسطة  $P_0$  :

$$P_0 = U \cdot I_0 \cos 0 = UI\sqrt{2}$$

$$P = \frac{P_0}{2}$$

نستنتج أن :

**4- مقارنة  $P$  و  $P_{ext}$  :**

عند حدي المنطقة الممررة تكون القدرة :  $P = \frac{P_0}{2}$  حيث  $P_0$  القدرة عند الرنين .

داخل المنطقة الممررة تكون :  $P_{ext} > \frac{P_0}{2}$

خارجها يكون :  $P_{ext} < \frac{P_0}{2}$  التعليل :

خارج المنطقة الممررة تكتب القدرة المتوسطة :  $P_{ext} = U \cdot I \cdot \cos\varphi$

مع :  $\cos\varphi < 1$  و  $I < \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

ومنه :  $P_{ext} < U \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{P_0}{\sqrt{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}} = P\sqrt{2}$

نستنتج أن :

$$P_{ext} < P\sqrt{2}$$

**تمرين 3: الميكانيك**

**الجزء الاول : دراسة حركة كرية داخل سائل**

**1- تعيين قيمة السرعة الحدية ميانيا :**

من خلال المنحنى الشكل 2 نلاحظ ان السرعة تتزايد الى ان تأخذ قيمة ثابتة وتسمى السرعة الحدية ميانيا نجد :

$$v_{lim} = 0,59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

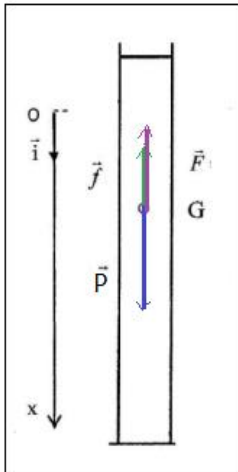
**تمثيل متجهات القوى المطبقة على الكرية أثناء حركتها :**

تخضع الكرية أثناء سقوطها الى :

$\vec{P}$  : وزن الكرية

$\vec{F}$  : دافعة أرخميدس

$\vec{f}$  : قوة الاحتكاك المائع





### 3-المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$ :

نطبق القانون الثاني لنيوتن :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

$$\rho_a \cdot V \cdot \vec{g} - \rho_s \cdot V \cdot \vec{g} - h \cdot v \cdot \vec{i} = m \cdot a_x \cdot \vec{i} \Rightarrow \rho_a \cdot V \cdot g - \rho_s \cdot V \cdot g - h \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} \cdot v + \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_a}\right) \frac{\rho_a \cdot V}{m} \cdot g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} \cdot v + \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_a}\right) g$$

تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} \cdot v + \alpha \cdot g$$

$$\alpha = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_a} \quad \text{مع :}$$

### 4-التحقق من حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dv}{dt} = -\alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \cdot \frac{h}{m} e^{-\frac{h}{m}t} = -\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} \quad \text{ومنه} \quad v(t) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \left[1 - e^{-\frac{h}{m}t}\right] = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} - \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} e^{-\frac{h}{m}t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} \cdot v + \alpha \cdot g \Rightarrow -\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\frac{h}{m} \left[ \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} - \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} e^{-\frac{h}{m}t} \right] + \alpha \cdot g$$

$$-\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\frac{h}{m} \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} - \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \cdot \frac{h}{m} e^{-\frac{h}{m}t} + \alpha \cdot g \Rightarrow -\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\alpha \cdot g - \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} + \alpha \cdot g$$

$$-\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} \quad \text{أي:}$$

وبالتالي فإن :  $v(t) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \left[1 - e^{-\frac{h}{m}t}\right]$  حل للمعادلة التفاضلية .

### 5-إبراز وجود سرعة حدية وحساب قيمتها :

في النظام الدائم تكون الحركة منتظمة أي السرعة ثابتة ومنه  $v = v_{lim} = cte$  وبالتالي :  $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$0 = -\frac{h}{m} \cdot v_{lim} + \alpha \cdot g \Rightarrow v_{lim} = \frac{\alpha \cdot m \cdot g}{h}$$

$$v_{lim} = \frac{0,92 \times 5.10^{-3} \times 9,81}{7,60.10^{-2}} = 0,59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع:}$$

### 6-استعمال التحليل البعدي ل $\frac{m}{h}$ لتحديد وحدته وقيمه ميانيا :

تعبير قوة الاحتكاك :  $f = hv$  باسعمال معادلة الابعاد نكتب :  $[h] = \frac{[F]}{[v]} = [F] \cdot [v]^{-1}$

حسب القانون الثاني لنيوتن :  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  ومنه :  $[F] = [M] \cdot [a] = [M] \frac{[v]}{[t]}$  أي :  $[M] = \frac{[F] \cdot [t]}{[v]}$   
 بعد المقدار  $\left[ \frac{m}{h} \right]$  :

$$\frac{[m]}{[h]} = \frac{[F] \cdot [t]}{[v]} \cdot \frac{[v]}{[F]} = [T]$$

وحدة المقدار  $\frac{m}{h}$  هي الثانية s .

تحديد قيمة  $\frac{m}{h}$  مبيانيا :

لدينا :  $v_{lim} = \frac{\alpha \cdot m \cdot g}{h}$  مبيانيا :  $v_{lim} = 0,59 \text{ m/s}$  ومنه :  $\frac{m}{h} = \frac{v_{lim}}{\alpha \cdot g} = \frac{0,59}{0,92 \times 9,81} \approx 65,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقة لمتذبذب مخمد

1-التذبذبات الحرة غير المخمدة

1-1-قمة اطالة النابض عند التوازن  $\Delta l_0$  :

الجسم (S) يخضع لوزنه  $\vec{P}$  و لتأثير النابض  $\vec{T}_0$  عند التوازن نكتب :  $\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$  أي :  
 $T_0 = P$

$$K\Delta l_0 = mg$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{K}$$

$$\Delta l_0 = \frac{0,2 \times 9,81}{20} = 9,81 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 9,81 \text{ cm} \quad \text{ت.ع.}$$

1-2-المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول x :

جرد القوى المطبقة على الجسم الصلب (S) :

$\vec{P}$  : وزنه و  $\vec{T}$  توتر النابض

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم (O,  $\vec{i}$ ) الذي نعتبره غاليليا :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P - T = m \cdot a_x \Rightarrow mg - K(\Delta l_0 + x) = m \cdot \ddot{x} \Rightarrow \underbrace{mg - K\Delta l_0}_{=0} - Kx = m \cdot \ddot{x}$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \quad \text{أو} \quad m \cdot \ddot{x} + Kx = 0$$

تحديد قيمة كل من الثابتين  $\varphi$  و  $x_m$  :

تحديد  $\varphi$  :

حل المعادلة التفاضلية يكتب :  $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  عند  $t = 0$  لدينا  $x(0) = 0$  ومنه :  $x(0) = x_m \cos\varphi = 0$

أي :  $\cos\varphi = 0$  و  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

و  $\dot{x}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \cdot \sin(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$  عند  $t = 0$  لدينا :  $\dot{x}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \cdot \sin\varphi = v_0 > 0$  أي  $\sin\varphi < 0$  نستنتج :  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

تحديد  $x_m$  :

نعوض  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  في العلاقة  $-\frac{2\pi}{T_0} x_m \cdot \sin\varphi = v_0$  نجد :  $x_m = \frac{v_0 T_0}{2\pi}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}} \quad \text{مع :}$$

$$x_m = v_0 \sqrt{\frac{m}{K}} = 0,5 \times \sqrt{\frac{0,2}{20}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm} \quad \text{ت.ع. :}$$

## 2- طاقة المتذبذب

### 2-1- تعبير طاقة الوضع للمتذبذب :

طاقة الوضع المرنة

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K(x + \Delta l_0)^2 + Cte$$

باعتبار الحالة المرجعية يكون  $Cte = 0$  وبالتالي تعبير طاقة الوضع المرنة :  $E_{pe} = \frac{1}{2} K(x + \Delta l_0)^2$

طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = -mgx + cte$$

باعتبار الحالة المرجعية  $E_{pp} = 0$  عند  $x = 0$  ومنه :  $cte = 0$  وبالتالي تعبير طاقة الوضع الثقالية :  $E_{pp} = -mgx$

$$E_p = E_{pe} + E_{pp} = \frac{1}{2} K(x + \Delta l_0)^2 - mgx \quad \text{طاقة وضع المتذبذب نكتب :}$$

### 2-2- تعبير سرعة مركز قصور G عند مروره من موضع التوازن في المنحنى الموجب :

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} K(x + \Delta l_0)^2 - mgx + \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{تعبير الطاقة الميكانيكية :}$$

بما أن الاحتكاكات مهملة ، فإن الطاقة الميكانيكية تحفظ نكتب :

$$E_m(x = 0) = E_m(x = x_m) \Rightarrow \frac{1}{2} K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} K(x_m + \Delta l_0)^2 - mgx_m$$

$$\frac{1}{2} K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 + \frac{1}{2} K\Delta l_0^2 + \underbrace{K\Delta l_0 \cdot x_m - mgx_m}_{=0}$$

$$\frac{1}{2} K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 + \frac{1}{2} K\Delta l_0^2 \Rightarrow mv^2 = Kx_m^2 \Rightarrow v^2 = \frac{K}{m} x_m^2 \Rightarrow v = x_m \sqrt{\frac{K}{m}}$$

### 3-التذبذبات الحرة المخمدة

#### 3-1-يرجع تناقص وسع الذبذبات الى وجود الاحتكاكات .

#### 3-2-تحديد معامل التخمود $\mu$ :

$$1 - \left[ \frac{\mu T_0}{4\pi m} \right]^2 = \frac{T_0^2}{T^2} \quad \text{أي:} \quad T^2 = \frac{T_0^2}{1 - \left[ \frac{\mu T_0}{4\pi m} \right]^2} \quad \text{ومنه:} \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left[ \frac{\mu T_0}{4\pi m} \right]^2}}$$

$$\left[ \frac{\mu T_0}{4\pi m} \right]^2 = 1 - \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 \Rightarrow \frac{\mu T_0}{4\pi m} = \sqrt{1 - \left( \frac{T_0}{T} \right)^2} \Rightarrow \mu = \frac{4\pi m}{T_0} \sqrt{1 - \left( \frac{T_0}{T} \right)^2}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{20}} = 0,628 \text{ s}$$

حساب  $T_0$  لدينا :

$$T = 0,64 \text{ s}$$

نحدد شبه الدور من المبيان :

ت.ع:

$$\mu = \frac{4\pi \times 0,2}{0,628} \sqrt{1 - \left( \frac{0,628}{0,64} \right)^2} = 0,77 \text{ kg/s}$$