تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2017

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

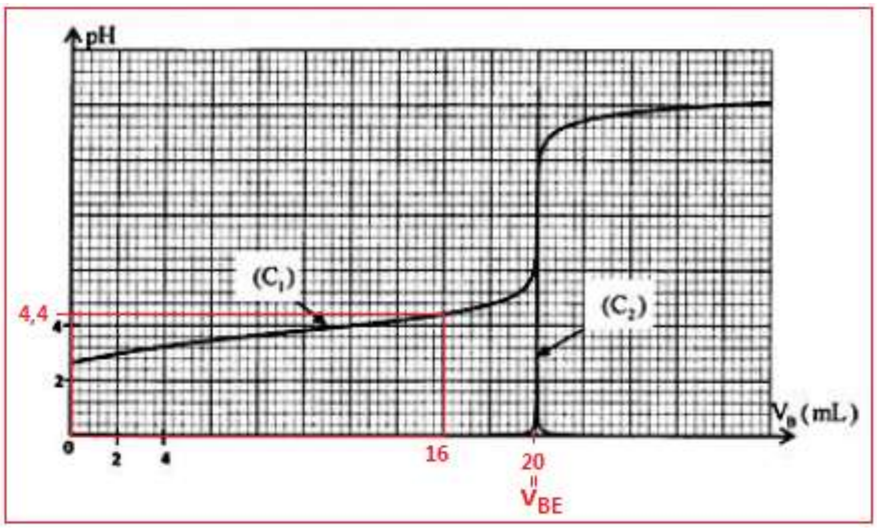
الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

1- تحديد pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$

1-1- معادلة تفاعل المعايرة :

$$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$



1-2- تحديد V_{BE} :

مبيانيا نجد $V_{BE} = 20\ mL$.

استنتاج التركيز C للمحلول (S) :

حسب علاقة التكافؤ : $C.V_A = C_B.V_{BE}$ أي: $C = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$

ت.ع : $C = \frac{0,1\times20}{50} = 4.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

1-3- التحقق من قيمة p :

علاقة التخفيف : $C_0.V_0 = C.V_s$ أي : $C_0 = \frac{C.V_S}{V_0} = \frac{4.10^{-2}\times1}{2.10^{-3}} = 20\ mol.L^{-1}$

النسبة المئوية الكتلية : $p = \frac{m_A}{m_S}$ أي : $m_A = p.m_S$ حيث: m_A كتلة الحمض الموجودة في المحلول ذي الكتلة m_S و الحجم V_0 .

الكتلة الحجمية و الكثافة : $\rho_{sol} = \frac{m_S}{V_0}$ و $d = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{eau}}$ أي : $\rho_{sol} = d.\rho_{eau} = \frac{m_S}{V_0}$

ومنه : $m_S = p.d.\rho_{eau}.V_0$.

$$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_A}{M.V_0} = \frac{p.m_S}{M.V_0} = \frac{p.d.\rho_{eau}.V_0}{M.V_0} = \frac{p.d.\rho_{eau}}{M}$$

$$p = \frac{C_0.M}{d.\rho_{eau}} \Longrightarrow p = \frac{20\times46}{1,15\times10^3} = 0,8 \Longrightarrow p = 80\%$$

4.1- النوع المهيمن عند إضافة الحجم $V_B = 16\ mL$:

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C.V_A$	$C_B.V_B$	0	0

الوسيطية	x	$C.V_A - x$	$C_B.V_B - x$	x	x
النهائية	x_f	$C.V_A - x_f$	$C_B.V_B - x_f$	x_f	x_f

حسب الجدول الوصفي :

$$[HCOOH] = \frac{C.V_A - x}{V_A + V_B} \quad ; \quad [HCOO^-] = \frac{x}{V_A + V_B}$$

$$C_B.V_B - x = [HO^-].(V_A + V_B) \quad \Leftarrow \quad [HO^-] = \frac{C_B.V_B - x}{V_A + V_B}$$

$$x = C_B.V_B - [HO^-].(V_A + V_B)$$

$$K_e = [HO^-].[H_3O^+] \implies [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e.10^{pH}$$

$$x = C_B.V_B - K_e.10^{pH}.(V_A + V_B)$$

مبيانيا عند الحجم $V_B = 16\,mL$ نجد : $pH = 4,4$ (أنظر المنحنى أعلاه)

$$x = 0,1 \times 50.10^{-3} - 10^{-14} \times 10^{4,4} \times (50 + 16).10^{-3} = 1,6.10^{-3}\,mol$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{x}{C.V_A - x} = \frac{1,6.10^{-3}}{4.10^{-2} \times 50 \times 10.10^{-3} - 1,6.10^{-3}} = 4 > 1$$

بما ان $[HCOO^-] > [HCOOH]$ فإن النوع المهيمن هو القاعدة $HCOO^-$.

حسب تعريف pK_A :

$$pK_A = pH + log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pH = pK_A - log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 4,4 - log4 \implies pK_A \approx 3,8$$

2- تحديد pK_A

2-1- معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك و الماء :

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2.2- تعبير التقدم النهائي :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	**0**	$C.V_1$	وفير	**0**	**0**
الوسيطية	x	$C.V_1 - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C.V_1 - x_f$	وفير	x_f	x_f

حسب تعريف الموصلية : $\sigma = \lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-}.[HCOO^-]$

حسب الجدول الوصفي : $n_f(H_3O^+) = n_f(HCOO^-) = x_f$

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1}$$

إذن :
$$\sigma = [H_3O^+]_f(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})$$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$x_f = \frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

2-3- إثبات قيمة نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{xmax}$$

الماء مستعمل بوفرة إذن المتفاعل المحد هو الحمض $C.V_1 - x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = C.V_1$

$$\tau = \frac{x_f}{xmax} = \frac{\frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C.V_1} = \frac{\sigma}{C.(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

ت.ع :
$$\tau = \frac{0,1}{(3,5.10^{-2} + 5,46.10^{-3}) \times 4.10^{-2} \times 10^3} = 6,18.10^{-2}$$

تحويل التركيز المولي : $C = 4,2.10^{-2}\ mol.L^{-1} = 4,2.10^{-2} \times 10^3\ mol.m^{-3}$

$$\tau \approx 6,2\%$$

2-4- تعبير pK_A بدلالة C و τ :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f.[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$$

$$\begin{cases} [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1} \\ [HCOOH]_f = \frac{C.V_1 - x_f}{V_1} = C - \frac{x_f}{V_1} = C - [H_3O^+]_f \end{cases}$$

$$\tau = \frac{x_f}{xmax} = \frac{[H_3O^+]_f.V_1}{C.V_1} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} \Longrightarrow [H_3O^+]_f = C.\tau$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f.[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{{[H_3O^+]_f}^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(C.\tau)^2}{C - C.\tau} = \frac{C.\tau^2}{1-\tau}$$

$$pK_A = -log\frac{C.\tau^2}{1-\tau}$$

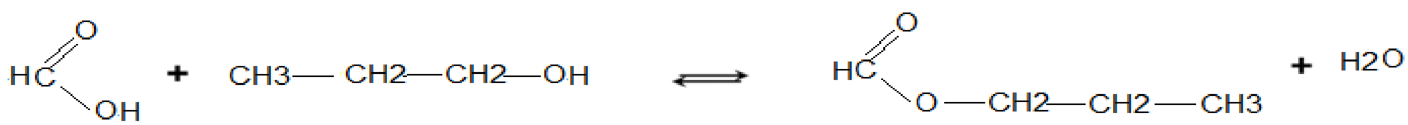
$$pK_A = -log\frac{4.10^{-2} \times (6,2.10^{-2})^2}{1 - 6,18.10^{-2}} = 3,78 \Longrightarrow pK_A \approx 3,8$$

الجزء الثاني :

1- الإقتراح الصحيح :

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفاز.

2- كتابة معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة :



اسم الناتج هو ميثانوات البروبيل .

3- تحديد مردود التفاعل عند اللحظة t_1 :

معادل التفاعل		$\boldsymbol{HCOOH + C_3H_7OH \rightleftarrows HCOOC_3H_7 + H_2O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0,2}$	$\mathbf{0,2}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$
عند اللحظة $\boldsymbol{t_1}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{0,2-x}$	$\boldsymbol{0,2-x}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{x}$
النهائية	$\boldsymbol{x_f}$	$\boldsymbol{0,2-x_f}$	$\boldsymbol{0,2-x_f}$	$\boldsymbol{x_f}$	$\boldsymbol{x_f}$

لدينا : $r = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{th}(ester)} = \frac{x}{x_{max}}$

الخليط متساوي المولات : $0,2 - x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = 0,2\ mol$

كمية ماد الحمض المتبقي عند اللحظة t_1 :

$$\begin{cases} n_A = 0,2 - x \\ n_A = \frac{m}{M} \end{cases} \Longrightarrow \frac{m}{M} = 0,2 - x \Longrightarrow x = 0,2 - \frac{m}{M}$$

$$x = 0,2 - \frac{6,9}{46}$$

$$x = 0,05\ mol$$

مردود التفاعل عند هذه اللحظة : $r' = \frac{x}{x_{max}} = \frac{0,05}{0,2} = 0,025 \Longrightarrow \boldsymbol{r' = 25\ \%}$

نلاحظ ان : $r' < r = 67\%$ إذن التوازن الكيميائي للمجموعة المتفاعلة لم يتحقق بعد عند هذه اللحظة.

الموجات

1-حيود الضوء الأحادي اللون

1-1-الإقتراح الصحيح هو :

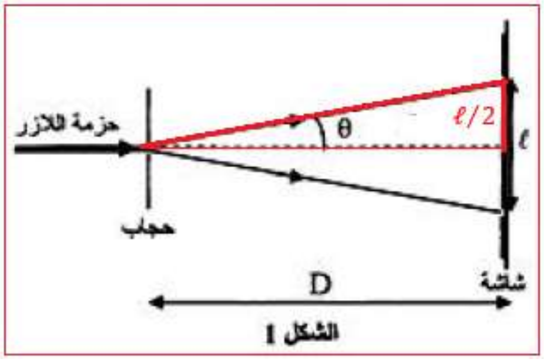
ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز اللازر $He - Ne$ هو $\nu = \frac{C}{\lambda} = \frac{3.10^8}{633.10^{-9}} = 4,394.10^{14}\ Hz$

2-1- إثبات العلاقة بين a بدلالة D و ℓ و λ :

لدينا : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

حسب الشكل :

$$tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}$$



بما ان θ صغيرة فإن : $\tan\theta \approx \theta$

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{\ell}{2D} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Longrightarrow a = \frac{2\lambda D}{\ell}$$

حساب a :

$$a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1{,}5}{3{,}4.10^{-2}} = 5{,}58.10^{-5}\ m$$

$$\boldsymbol{a = 55{,}8\ \mu m}$$

1-3- حساب الفرق الزاوي :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{633.10^{-9}}{55{,}8.10^{-6}} \Longrightarrow \boldsymbol{\theta = 1{,}13.10^{-2}\ rad}$$

حساب عرض البقعة المركزية :

$$\theta = \frac{\ell'}{2D'} \Longrightarrow \ell' = 2D'.\theta$$

$$\ell' = 2 \times 3 \times 1{,}13.10^{-2} = 6{,}78.110^{-2}\ m$$

$$\boldsymbol{\ell' \approx 6{,}8\ cm}$$

يمكن استعمال العلاقة :

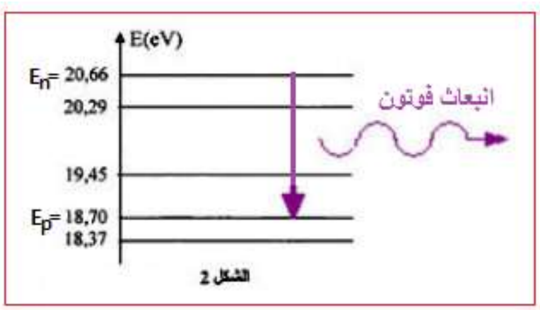
$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\ell}{2D} \\ \theta = \dfrac{\ell'}{2D'} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\ell'}{2D'} = \frac{\ell}{2D} \Longrightarrow \ell' = \frac{2D.\ell}{D} = 2\ell \Longrightarrow \boldsymbol{\ell' = 6{,}8\ cm}$$

2- دراسة الإشعاع الضوئي المنبعث من جهاز اللازر $\boldsymbol{He - Ne}$

1-2- طاقة الفوتون :

$$E = h.\nu \Longrightarrow E = 6{,}63.10^{-34} \times 4{,}74.10^{14} = 3{,}143.10^{-19}\ J$$

$$E = \frac{3{,}143.10^{-19}}{1{,}6022.10^{-19}} \Longrightarrow \boldsymbol{E = 1{,}96\ eV}$$



2.2- تحديد E_n و E_p :

لدينا : $E = E_n - E_p$

$$E = 1{,}96\ eV$$

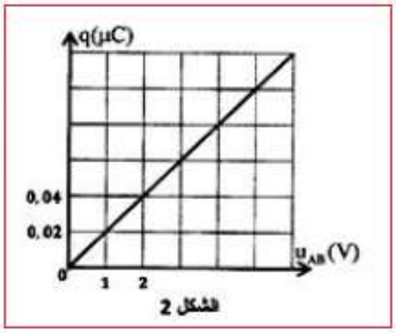
$$20{,}66 - 18{,}70 = 1{,}96\ eV$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{E_n = 20{,}66\ eV} \\ \boldsymbol{E_p = 18{,}70\ eV} \end{cases}$$

الكهرباء

1-شحن المكثف

1-1- التحقق من سعة المكثف :



معادلة المنحنى $q = f(u_{AB})$ الخطي تكتب : $q = C.u_{AB}$ مع C المعامل الموجه:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0{,}04.10^{-6} - 0}{2 - 0} = 20.10^{-9}F$$

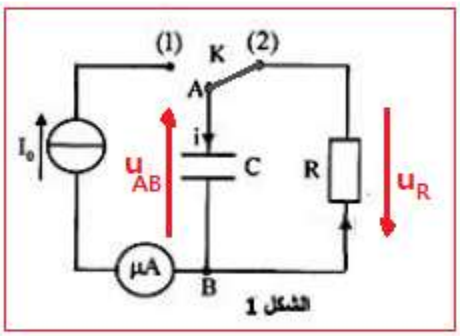
$$\boldsymbol{C = 20\ nF}$$

1-2- المدة التي يأخذ فيها التوتر القيمة $u_{AB} = 6V$:

لدينا :

$$\begin{cases} q = I_0.\Delta t \\ q = C.u_{AB} \end{cases} \Longrightarrow C.u_{AB} = I_0.\Delta t \Longrightarrow \Delta t = \frac{C.u_{AB}}{I_0} \Longrightarrow \Delta t = \frac{20.10^{-9} \times 6}{0{,}1 \times 10^{-6}} \Longrightarrow \boldsymbol{\Delta t = 1{,}2\ s}$$

1-3-1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{AB}(t)$:



جسب قانون إضافية التوترات : $u_{AB} + u_R = 0$

حسب قانون أوم : $u_R = R.i$ مع : $i = \frac{dq}{dt} =$

$\frac{d(C.u_{AB})}{dt} = C.\frac{du_{AB}}{dt}$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\boldsymbol{\frac{du_{AB}}{dt}} + \quad R.C.\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

$\boldsymbol{\frac{1}{R.C}.u_{AB} = 0}$

2-3-3- قيمة U_0 و R :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_{AB}(t) = U_0.e^{-\alpha t}$ أي : $\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha.U_0.e^{-\alpha t}$ نعوض في الحل:

$$-\alpha.U_0.e^{-\alpha t} + \frac{1}{R.C}.U_0.e^{-\alpha t} = 0$$

$$U_0.e^{-\alpha t}\left(-\alpha + \frac{1}{R.C}\right) = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t يجب ا ن يكون : $-\alpha + \frac{1}{R.C} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{R.C}$$

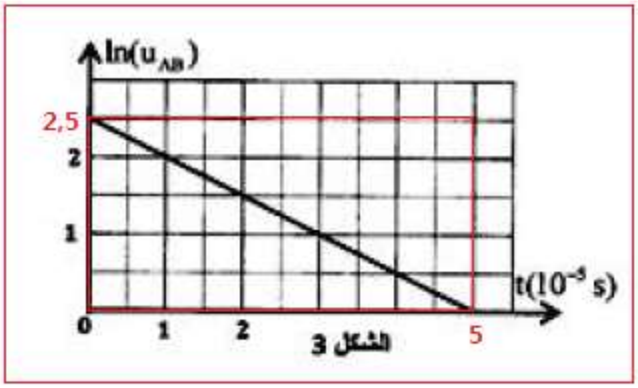
نستنتج تعبير u_{AB} : $u_{AB}(t) = U_0.e^{-\frac{t}{R.C}}$

$$ln(u_{AB}) = \ln\left(U_0.e^{-\frac{t}{R.C}}\right) = lnU_0 - \frac{t}{R.C}$$

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $ln(u_{AB}) = 2{,}5$

أي $ln(u_{AB}) = lnU_0$: أي $U_0 = e^{\ln(u_{AB})}$: $U_0 = e^{2{,}5} = 12{,}18\ V \Longrightarrow \boldsymbol{U_0 \simeq 12{,}2\ V}$

نحدد المعامل الموجه للمنحنى



$$\frac{-1}{R.C}=\frac{\Delta ln(u_{AB})}{\Delta t}=\frac{2{,}5-0}{0-5.10^{-5}}=-5.10^4\ s^{-1}$$

$$\frac{-1}{R.C}=-5.10^4\ \Longrightarrow R=\frac{1}{5.10^4.C}$$

$$R=\frac{1}{5.10^4\times 20.0^{-9}}=1000\Omega \Longrightarrow \boldsymbol{R=1k\Omega}$$

3-3-1- تحديد t_1 :

لدينا :

$$E_e=\frac{1}{2}C.u_{AB}^2=\frac{1}{2}C.(U_0.e^{-\frac{t}{R.C}})^2=\frac{1}{2}C.U_0^2.e^{-\frac{2t}{R.C}}$$

الطاقة القصوية تكون عند $t=0$:

$$E_{e\,max}=\frac{1}{2}C.U_0^2\ \Longrightarrow E_e=\frac{1}{2}C.U_0^2.e^{-\frac{2t}{R.C}}=E_{e\,max}.e^{-\frac{2t}{R.C}}$$

عند اللحظة t_1 يكون : $E_e(t_1)=37\%\ E_{e\,max}=0{,}37\ E_{e\,max}$

$$E_{e\,max}.e^{-\frac{2t_1}{R.C}}=0{,}37E_{e\,max}$$

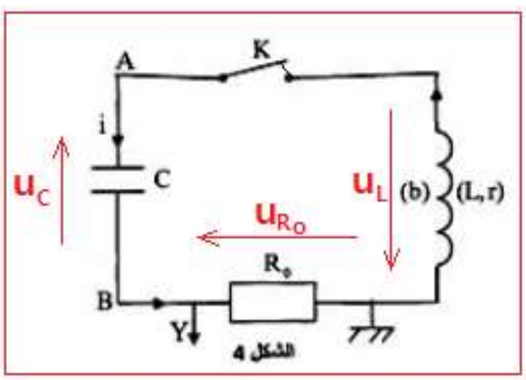
$$-\frac{2t_1}{R.C}=\ln(0{,}37)$$

$$t_1=-\frac{1}{2}R.C.\ln(0{,}37)=-\frac{1}{2}\times 1.10^3\times 20.10^{-9}\times\ln(0{,}37)=9{,}94.10^{-6}\ s$$

$$\boldsymbol{t_1\simeq 10\ \mu s}$$

2-تفريغ المكثف

2-1- إثبات العلاقة التي يحققها التوتر $u_{R_0}(t)$:



حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C+u_L+u_{R_0}=0$$

حسب قانون أوم : $u_L=L.\frac{di}{dt}+r.i$ و $u_{R_0}=R_0.i$

$$L.\frac{di}{dt}+r.i+R_0.i+u_C=0\Longrightarrow L.\frac{di}{dt}+(R_0+r).i+\frac{q}{C}=0$$

الاشتقاق يعطي :

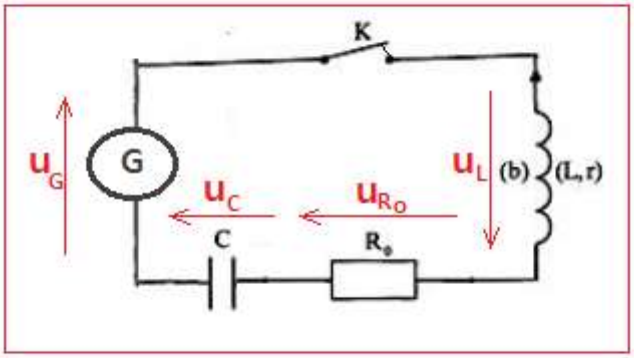
$$L.\frac{d^2i}{dt^2}+(R_0+r).\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}=0$$

نضرب المتساوية في i و نعوض $R_0.i$ ب U_{R_0}

$$L.\frac{d^2U_{R_0}}{dt^2}+(R_0+r).\frac{dU_{R_0}}{dt}+\frac{1}{C}.U_{R_0}=0$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2U_{R_0}}{dt^2}+\frac{(R_0+r)}{L}.\frac{dU_{R_0}}{dt}+\frac{1}{L.C}.U_{R_0}=0}$$

1-2-2- تحديد قيمة r :



قانون إضافية التوترات : $u_G = u_C + u_L + u_{R_0}$

$$L.\frac{di}{dt} + (R_0 + r).i + u_C = k.i$$

$$L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R_0 + r - k).C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات كهربائية جيبية يجب ان يكون :

$$R_0 + r - k = 0 \Rightarrow r = k - R_0 = 20 - 12$$

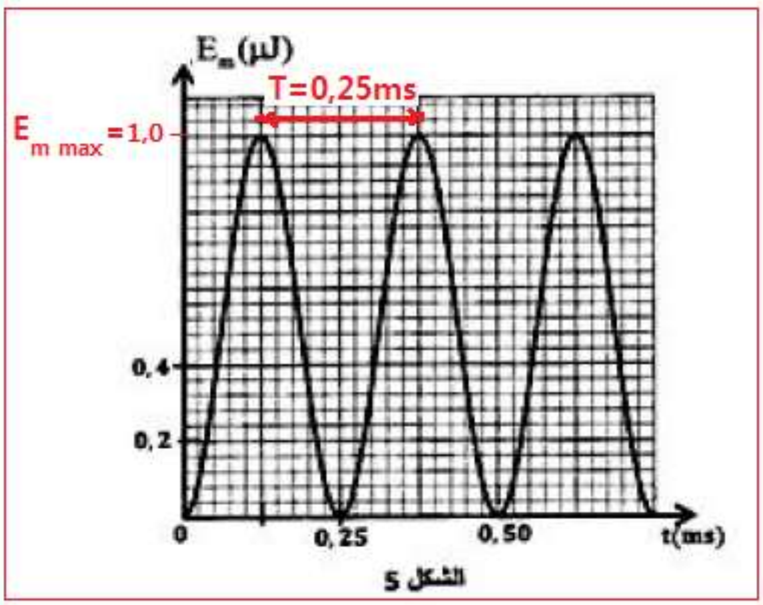
$$\boldsymbol{r = 8\ \Omega}$$

2-2-2- معامل التحريض L :

تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

الطاقة المغناطيسية E_m دورية دورها T حيث : $T_0 = 2T$

$$2T = 2\pi\sqrt{L.C} \Rightarrow T^2 = \pi^2 L.C$$



مبيانيا قيمة الدور هي :

$$t = 0{,}25\ ms = 2{,}5.10^{-4}\ s$$

$$L = \frac{T^2}{\pi^2.C} \Rightarrow L = \frac{(2{,}5.10^{-4})^2}{10 \times 20.10^{-9}} = 0{,}3125H$$

$$\boldsymbol{L = 312{,}5\ mH}$$

حساب $U_{C\,max}$:

بما ان الطاقة الكلية للدارة تنحفض نكتب :

$$E_T = E_{e\,max} = E_{m\,max}$$

$$E_{m\,max} = \frac{1}{2}C.U^2_{C\,max}$$

مبيانيا نجد : $E_{m\,max} = 2\ \mu J = 2.10^{-6}\ J$

$$U_{C\,max} = \sqrt{\frac{2E_{m\,max}}{C}}$$

$$U_{C\,max} = \sqrt{\frac{2 \times 2.10^{-6}}{20.10^{-9}}} \Rightarrow \boldsymbol{U_{C\,max} = 10V}$$

3- استقبال موجة كهرمغنطيسية

1-3- الجواب الصحيح هو د

الموجة الكهرمغنطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل لها نفس التردد الموجة الناتجة عنها.

3-2- هل يمكن لدارة التوافق أن تلتقط موجة ذات تردد $N_0 = 40\ kHz$ ؟

للجواب نحدد التردد الخاص للدارة $L_0.C_0$:

تعبير الدور الخاص : $T_0 = \frac{1}{N} = 2\pi\sqrt{L_0.C_0}$ أي: $N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C_0}}$

ت.ع : $N = \frac{1}{2\sqrt{10}\times\sqrt{0{,}781.10^{-3}\times 20\times 10^{-9}}} = 40\ 006\ Hz \implies N_0 = N = 40\ kHz$

إذن يمكن لدارة التوافق التقاط الموجة ذات التردد $\boldsymbol{N_0 = 40\ kHz}$.

3-3- مجال قيم C_x ليكون كشف الغلاف جيد :

$$T_0 \ll R.C_E < T_i$$

حيث C_E المقاومة المكافئة للمكثفان المركبان على التوازي نعبر عنها ب : $C_E = C + C_x$

$$\frac{1}{N_0} \ll R.(C + C_x) < \frac{1}{N_i} \Rightarrow \frac{1}{R.N_0} \ll C + C_x < \frac{1}{R.N_i}$$

$$\frac{1}{R.N_0} - C \ll C_x < \frac{1}{R.N_i} - C \implies \frac{1}{40.10^3 \times 10^3} - 20.10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{4.10^3 \times 10^3} - 20.10^{-9}$$

$$5.10^{-9} \ll C_x < 2{,}3.10^{-7}\ F$$

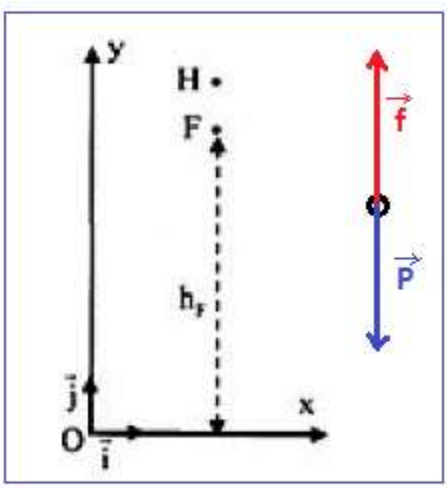
$$\boldsymbol{5\ nF \ll C_x < 230\ nF}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

1- دراسة سقوط جسم باحتكاك

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها V_{Ay} :



المجموعة المدروسة {الجسم (A)}

جرد القوى (بعد إهمال دافعة أرخميدس) :

$\vec{P}$: وزن الجسم (A) $\vec{P} = m_A.\vec{g}$

$\vec{f}$ قوة احتكاك المائع $\vec{f} = -k\,\vec{V}_A$

باعتبار المعلم $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A.\vec{a}_A$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m_A.\frac{d\,\vec{V}_A}{dt}$$

$$m_A.\vec{g} - -k\,\vec{V}_A = m_A.\frac{d\,\vec{V}_A}{dt}$$

الإسقاط على المحور (O, y) :

$$-m_A.g - k\,V_{Ay} = m_A.\frac{d\,V_{Ay}}{dt} \implies m_A.\frac{d\,V_{Ay}}{dt} + k\,V_{Ay} + m_A.g = 0$$

$$\frac{d\,v_{Ay}}{dt}+\frac{k}{m_A}.v_{Ay}+g=0$$

نضع : $\tau=\frac{m_A}{k}$ نحصل على :
$$\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{v_{Ay}}{\tau}+g=0\quad(1)$$

2-1- تحديد τ :

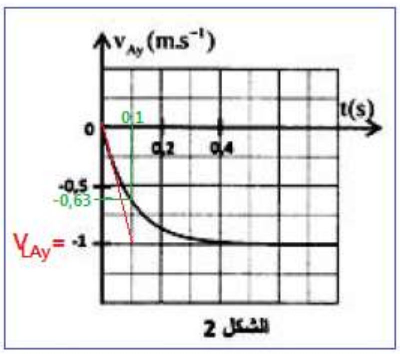
في النظام الدائم تكون السرعة ثابتة $v_{LAy}=cte$ ومنه $\frac{dv_{LAy}}{dt}=0$ المعادلة التفاضلية (1) تكتب :

$$\frac{v_{LAy}}{\tau}+g=0\Rightarrow\frac{v_{LAy}}{\tau}=-g\Rightarrow\tau=-\frac{v_{LAy}}{g}$$

باستعمال مبيان الشكل 2 يساوي مقارب المنحنى السرعة الحدية $v_{LAy}=-1m.s^{-1}$ ومنه :

$$\tau=-\frac{(-1)}{10}\Rightarrow\boldsymbol{\tau=0,1\,s}$$

ملحوظة يمكن تحديد τ مبيانيا وهو أفصول السرعة $0,63\,(-1)=-0,63\,m.s^{-1}$ نجد $\tau=0,1\,s$.



استنتاج k :

لدينا : $\tau=\frac{m_A}{k}$ أي: $\boldsymbol{k=\frac{m_A}{\tau}}$

ت.ع : $k=\frac{0,5}{0,1}\Rightarrow\boldsymbol{k=5\,kg.s^{-1}}$

3-1- تحديد السرعة $v_{Ay}\,(t_i)$ باستعمال طريقة أولير :

$$\frac{d\,v_{Ay}}{dt}+\frac{v_{Ay}}{\tau}+g=0\;\Rightarrow a_{Ay}=-\frac{v_{Ay}}{\tau}-g$$

$$a_{i-1}=-\frac{v_{i-1}}{\tau}-g$$

$$\begin{cases}a_{i-1}=-\frac{v_{i-1}}{\tau}-g\;\Rightarrow\frac{v_{i-1}}{\tau}=-a_{i-1}-g\;\Rightarrow v_{i-1}=-\tau.(\,a_{i-1}+g)\\ v_i=a_{i-1}.\Delta t+v_{i-1}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{v_i=a_{i-1}.\Delta t-\tau.(\,a_{i-1}+g)}\Rightarrow$$
$$v_i=-4,089\times0,01-0,1\times(-4,089+10)$$

$$\boldsymbol{v_i=0,632\,m.s^{-1}}$$

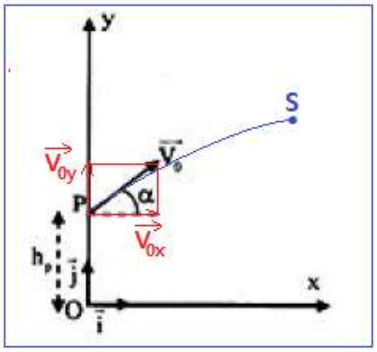
2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة

1-2- إثبات المعادلتان الزمنيتان $x_B(t)$ و $y_B(t)$ بدلالة α و t :

المجموعة المدروسة {الجسم (B)}

جرد القوى: $\vec{P}$: وزن الجسم (B) : $\vec{P}=m_B.\vec{g}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B.\vec{a}_B$$

$$m_B.\vec{g} = m_B.\vec{a}_B$$

$$\vec{g} = \vec{a}_B \quad (2)$$

الشروط البدئية :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_P \end{cases} \quad و \quad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x}=V_0.cos\alpha \\ V_{0y}=V_0.sin\alpha \end{cases}$$

اسقاط العلاقة المتجهية (2) على المحورين Ox و Oy :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{d\,V_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{d\,V_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}\begin{cases} V_x=V_{0x} \\ V_y= -g.t + V_{0y} \end{cases}$$

$$\vec{V}\begin{cases} V_x= \dfrac{dx}{dt} = V_0.cos\alpha \\ V_y= \dfrac{dy}{dt} = -g.t + V_0.sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} x_B(t) = V_0.cos\alpha.t + x_0 \\ y_B(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + V_0.sin\alpha + y_0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_B(t) = 20cos\alpha.t} \\ \boldsymbol{y_B(t) = -5.t^2 + 20sin\alpha.t + 1,8} \end{cases}$$

2-2- إحداثيي قمة المسار x_S و y_S :

عند قمة المسار S تكون السرعة أفقية أي : $V_y\,(S) = 0$ ومنه : $-g.t_S + V_0.sin\alpha = 0$

$$t_S = \frac{V_0.sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتان الزمنيتان نحصل على :

$$x_S(t_S) = V_0.cos\alpha.t_S = V_0.cos\alpha.\frac{V_0.sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2\,2cos\alpha.sin\alpha}{2g} = \frac{V_0^2\,sin2\alpha}{2g} = \frac{20^2}{2\times 10}.sin2\alpha$$

$$\boldsymbol{x_S = 20sin2\alpha}$$

$$y_S(t_S) = -\frac{1}{2}g.{t_S}^2 + V_0.sin\alpha.t_s + h_p = -\frac{1}{2}g.(\frac{V_0.sin\alpha}{g})^2 + V_0.sin\alpha.\frac{V_0.sin\alpha}{g} + h_p$$

$$y_S(t_S) = -\frac{V_0^2.sin^2\alpha}{2g} + \frac{V_0^2.sin^2\alpha}{g} + h_p = \frac{V_0^2.sin^2\alpha}{2g} + h_p = \frac{20^2}{2\times 10}.sin^2\alpha + 1,8$$

$$\boldsymbol{y_S = 20sin^2\alpha + 1,8}$$

3- تحديد الزاوية α لكي يلتقي الجسمان في النقطة S :

يلتقي الجسمان (A) و (B) عندما يكون لهما نفس الأرتوب $y_A = y_B = y_S$

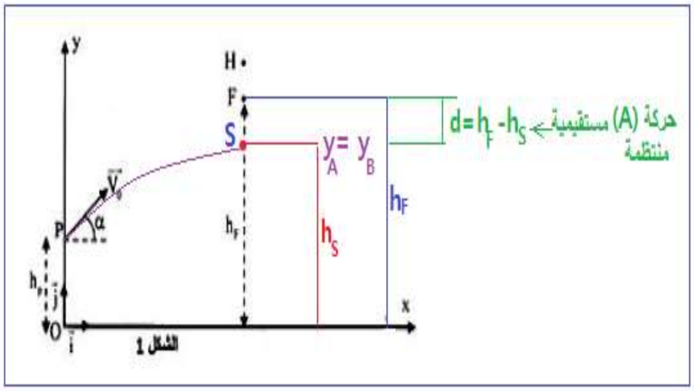
انطلاقا من النقطة F تبقى حركة الجسم (A) مستقيمية منتظمة سرعته تساوي السرعة الحدية $V_L= -1m.s^{-1}$. خلال المدة $t_s = \frac{V_0.sin\alpha}{g}$ يقطع الجسم (A) المسافة $d = h_F - y_S$ مع : $d = V_L.t_S$

$$-V_L.t_S = h_F - y_S$$

$$V_L.\frac{V_0.sin\alpha}{g} = h_F - 20sin^2\alpha - 1{,}8$$

$$20sin^2\alpha - (-1)\times\frac{20}{10}sin\alpha + 1{,}8 + 18{,}5 = 0$$

$$20sin^2\alpha + 2sin\alpha - 16{,}7 = 0$$



$$\Delta = 2^2 - 4\times 20\times(-16{,}7) = 1340$$

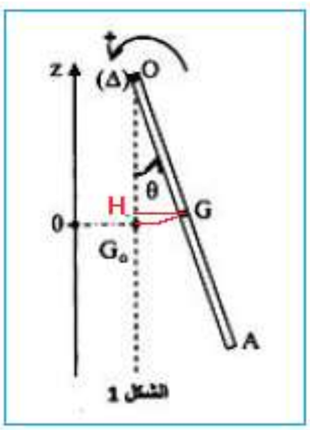
$$sin\alpha_1 = \frac{-2-\sqrt{1340}}{2\times 20} = -0{,}965 \ \rightarrow \alpha_1 < 0$$

$$sin\alpha_2 = \frac{-2+\sqrt{1340}}{2\times 20} = 0{,}865 \rightarrow \alpha_2 = 59{,}88\,° \ \Longrightarrow \alpha_2 \simeq 60°$$

بما ان $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ إذن الحل المقبول هو $\boldsymbol{\alpha_2 = 60°}$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس :



$$E_{pp} = mgz + cte$$

بما ان الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ تطابق المستوى الأفقي المار من $z = 0$ ، فإن $cte = 0$ ومنه :

$$E_{pp} = mgz$$

مع : $z = OG_0 - OH = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}cos\alpha = \frac{L}{2}(1 - cos\alpha)$

$$E_{pp} = \frac{1}{2}mgL(1 - cos\alpha)$$

باعتبار الزوايا الصغيرة لدينا : $cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2}mgL\left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] \Longrightarrow \boldsymbol{E_{pp} = \frac{1}{4}mgL.\theta^2}$$

2- إثبات المعادلة التفاضلية :

تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_c + E_{pp}$

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{4}mgL.\theta^2$$

بما ان الإحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ أي $E_m = cte$ أي : $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta \dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{2}mgL.\theta\dot{\theta} = 0$$

$$J_\Delta \ddot{\theta} + \frac{1}{2}mgL.\theta = 0$$

$$\frac{1}{3}m.L^2\ddot{\theta} + \frac{1}{2}mgL.\theta = 0$$

$$L\ddot{\theta} + \frac{3}{2}g.\theta = 0$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2\theta}{d^2t} + \frac{3g}{2L}\theta = 0}$$

3-1- تحديد g :

تعبير الدور الخاص للمتذبذب : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$ نعلم ان الدور الخاص يساوي ضعف الدور الطاقي : $T_0 = 2T$ أي :

$2T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$ ومنه : $T^2 = \pi^2\frac{2L}{3g}$ وبالتالي $g = \frac{2\pi^2 L}{3T^2}$

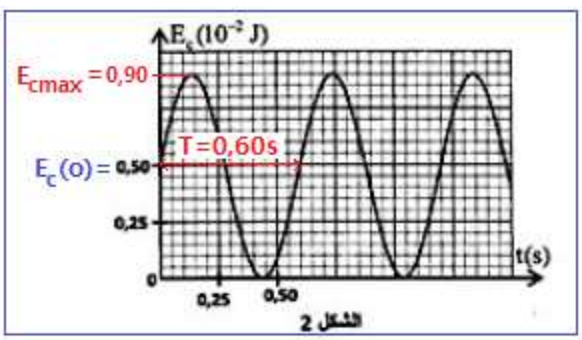
مبيانيا دور الطاقة الحركية هو $T = 0{,}6\ s$

$$g = \frac{2 \times 10 \times 0{,}53}{3 \times (0{,}6)^2} \Longrightarrow \boldsymbol{g = 9{,}81\ m.s^{-2}}$$

3-2- قيمة الوسع θ_m :

$$E_m = E_{c\,max} = E_{pp\,max}$$

$$E_{c\,max} = \frac{1}{4}mgL.\theta_m^2$$



$$\theta_m = \sqrt{\frac{4E_{c\,max}}{mgL}} \Longrightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{4 \times 9.10^{-3}}{0{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}53}} \Longrightarrow \boldsymbol{\theta_m = 0{,}26\ rad = 15°}$$

3-3- تحديد φ :

لدينا : $\theta = \theta_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ الاشتقاق يعطي : $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

نعوض في الطاقة الحركية

$$E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 = \frac{1}{6}m.L^2\left[-\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)\right]^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \frac{m.L^2.\theta_m^2}{6} sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) =$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$$

$$E_C = \frac{3g}{2L}.\frac{m.L^2.\theta_m^2}{6} sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = \frac{1}{4}m.g.L.\theta_m^2\, sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$E_C(0) = \frac{1}{4}m.g.L.\theta_m^2\, sin^2\varphi$$

$$sin\varphi = \pm\sqrt{\frac{4.E_C(0)}{m.g.L.\theta_m^2}} = \pm\frac{2}{\theta_m}\sqrt{\frac{E_C(0)}{m.g.L}}$$

تتم الحركة في المنحى السالب إذن :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\varphi < 0 \ \Longrightarrow sin\varphi > 0 \ \Longrightarrow \varphi > 0$$

$$sin\varphi = \frac{2}{\theta_m}\sqrt{\frac{E_C(0)}{m.g.L}} \Longrightarrow sin\varphi = \frac{2}{0{,}26}\sqrt{\frac{5.10^{-3}}{0{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}53}} = 0{,}75$$

$$\boldsymbol{\varphi \simeq 0,848rad \simeq 48,6°}$$