تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء
الدورة الاستدراكية 2018
العلوم الرياضية أوب

الكيمياء

الجزء الأول: السرعة الحجمية لتفاعل، تفاعلات حمض-قاعدة

1-تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي لأيون تحت الكلوريت ClO^-

1-1-الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$2ClO^-_{(aq)}$	$\longrightarrow 2Cl^-_{(aq)}$	$+ \quad O_{2\,(g)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب mol		
الحالة البدئية	0	$C_0.V$	0	0
الحالة الوسيطية	x	$C_0.V-2x$	$2x$	x
الحالة النهائية	x_f	$C_0.V-2x_f$	$2x_f$	x_f

1-2-إثبات ان التركيز المولي الفعلي ل ClO^- عند $t=t_{1/2}$ هو $\frac{C_0}{2}$:

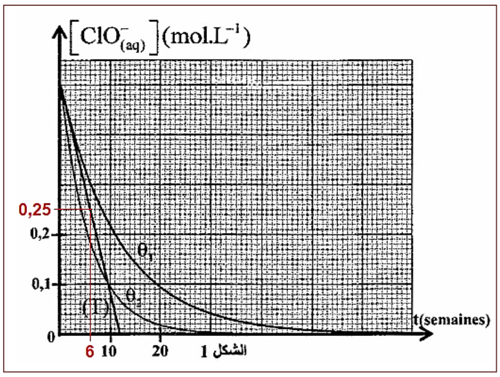
زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدة التي يأخذ فيها تقدم التفاعل x نصف قيمته النهائية (أو القصوية): $x_{1/2}=\frac{x_{max}}{2}$

المتفاعل المحد هو ClO^- التقدم الأقصى x_{max} : $C_0.V-2x_{max}=0$ أي: $x_{max}=\frac{C_0.V}{2}$ وبالتالي: $x_{1/2}=\frac{C_0.V}{4}$

ليكن $[ClO^-]_{1/2}$ تركيز أيون تحت الكلوريت عند $t=t_{1/2}$ حيث:

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{n(ClO^-)_{1/2}}{V}=\frac{C_0.V-2x_{1/2}}{V}=C_0-2\frac{x_{1/2}}{V}\Rightarrow[ClO^-]_{1/2}=C_0-2\frac{C_0.V}{4V}$$

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{C_0}{2}$$



-استنتاج $t_{1/2}$ مبيانيا بالنسبة لمنحنى θ_2:

لدينا:

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{C_0}{2}=\frac{0,5}{2}=0,25\ mol.L^{-1}$$

باستعمال الشكل 1 أفصول $0,25\ mol.L^{-1}$ هو:

$$t_{1/2}=6\ semaines$$

1-3-السرعة الحجمية للتفاعل عند $t=0$ بالنسبة ل θ_1:

حسب تعريف السرعة الحجمية: $v(t)=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

تعبير السرعة الحجمية بدلالة $[ClO^-]$:

$$[ClO^-]=\frac{C_0.V-2x}{V}\Rightarrow C_0.V-2x=[ClO^-].V\ \Rightarrow 2x=C_0.V-[ClO^-].V$$

$$x=\frac{V}{2}(C_0-[ClO^-])\ \Rightarrow\frac{dx}{dt}=-\frac{V}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}$$

نعوض في السرعة الحجمية:

$$v(t)=\frac{1}{V}.\left(-\frac{V}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}\right)=-\frac{1}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}$$

$$v(0)=-\frac{1}{2}.\left(\frac{\Delta[ClO^-]}{\Delta t}\right)_{t=0}=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{0,5-0}{0-12}\right)\Rightarrow v(0)=2,1.10^{-2}\ mol.L^{-1}.semaine^{-1}$$

4-1-مقارنة θ_1 و θ_2 مع التعليل:
باستعمال الشكل 3 نلاحظ ان $t_{1/2\,(\theta_1)} = 8,3\ semaines$ في حين $t_{1/2\,(\theta_2)} = 6\ semaines$ وبالتالي:
$t_{1/2(\theta_1)} > t_{1/2(\theta_2)}$ أي ان التفاعل الذي انجز عند θ_1 أسرع من الذي انجز عند θ_2 ، بما ان الرفع درجة الحرارة يؤدي إلى تسريع التفاعل، فإن $\theta_1 > \theta_2$.

2-دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة : $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

1-2-معادلة التفاعل بين حمض تحت الكلورو والماء:

$$HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-2-تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A :

تعبير ثابتة الحمضية K_A:
$$K_A = \frac{[ClO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HClO]_{éq}}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HClO_{(aq)}$	$+ \ H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows \ ClO^-_{(aq)}$	$+ \ H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	$C.V$	وفير	0	0
الوسيطية	x	$C.V - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C.V - x_f$	وفير	x_f	x_f

$$\begin{cases} [ClO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \dfrac{x_f}{V} = 10^{-pH} \\ [HClO]_{éq} = \dfrac{C.V - x_f}{V} = C - \dfrac{x_f}{V} = C - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}{}^2}{[HClO]_{éq}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C - 10^{-pH}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$C - 10^{-pH} = \frac{10^{-2pH}}{K_A} \Rightarrow C = \frac{10^{-2pH}}{K_A} - 10^{-pH} \Rightarrow C = 10^{-pH}\left(\frac{10^{-pH}}{K_A} - 1\right)$$

حساب C:
$$C = 10^{-5,5}\left(\frac{10^{-5,5}}{5.10^{-8}} - 1\right) \Rightarrow C = 2.10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

3-2-إثبات العلاقة $\alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$:

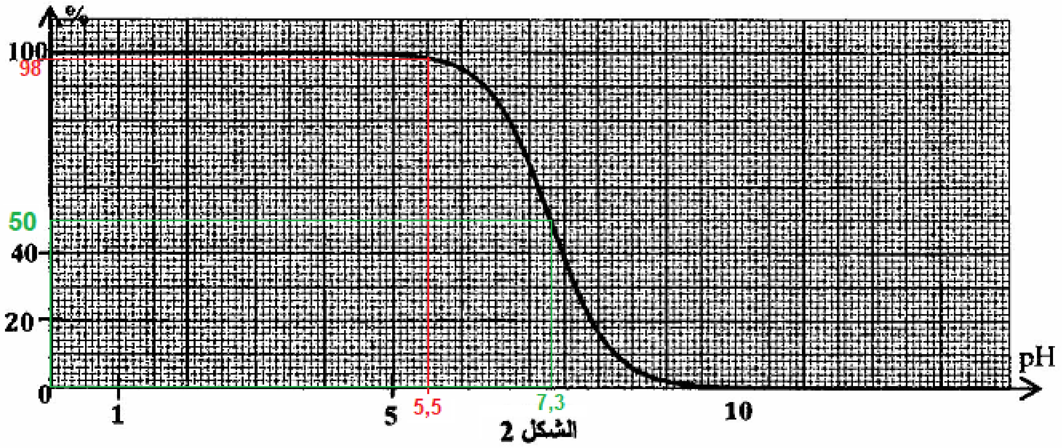
لدينا:
$$\alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{éq}}{[ClO^-]_{éq} + [HClO]_{éq}} \quad \text{أي:} \quad \alpha(ClO^-) = \frac{1}{1 + \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}}}$$

و
$$K_A = \frac{[ClO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HClO]_{éq}}$$

أي:
$$\frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}} = \frac{K_A}{[H_3O^+]_{éq}} \Rightarrow \frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}} = \frac{K_A}{10^{-pH}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{-pH}}{K_A}$$

$$\alpha(ClO^-) = \frac{1}{1+\frac{10^{-pH}}{K_A}} \Rightarrow \alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

1-4-2-إقران منحنى الشكل 2 بالنوع الحمضي او القاعدي:



الشكل 2

يمثل المنحنى تطور نسبة النوع الحمضي $HClO$ بدلالة pH.

2-4-2-النوع المهيمن الحمضي او القاعدي: (أنظر الشكل أعلاه)

حسب قيمة pH وباستعمال منحنى الشكل 2 نجد 98 % من النوع الحمض في المحلول (S)، إذن النوع المهيمن هو النوع الحمضي $HClO$.

1-5-2-تحديد قيمة K ثابتة التوازن لتفاعل المعايرة:

$$HClO_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow ClO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

$$K = \frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}.[HO^-]_{éq}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

ت.ع:
$$K = \frac{5.10^{-8}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 5.10^6$$

2-5-2-حساب قيمة النسبة $\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}}$:

بالاعتماد على الشكل 2 نجد عند $pH = 7,3$ القيمة: $\alpha(HClO) = 50\%$

نستنتج ان نسبة كلا من النوعين الحمضي والقاعدي متساويين في الخليط ، أي $\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = 1$

-طريقة أخرى:

$$\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{7,3}}{5.10^{-8}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} \approx 1$$

الجزء الثاني: المركم فضة-حديد

1-كتابة المعادلة الحصيلة للتفاعل التلقائي:

*عند الكاثود يحدث اختزال ايونات الفضة: $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftarrows Ag_{(s)}$

*عند الأنود يحدث أكسدة فلز الحديد: $Fe_{(s)} \rightleftarrows Fe^{2+}_{(ag)} + 2e^-$

*المعادلة الحصيلة: $2Ag^+_{(ag)} + Fe_{(s)} \rightleftarrows 2Ag_{(s)} + Fe^{2+}_{(ag)}$

2-إثبات ان تركيز Ag^+ يكتب: $\left[Ag^+_{(aq)}\right]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$2Ag^+_{(ag)}$ +	$Fe_{(s)}$ $\rightleftarrows$	$2Ag_{(s)}$ +	$Fe^{2+}_{(ag)}$	كمية مادة e^- المتبادلة
كمية المادة عند $t=0$	$C_2.V_2$	وفير	وفير	$C_1.V_1$	$n(e^-)=0$
كمية المادة عند t	$C_2.V_2-2x$	وفير	وفير	$C_1.V_1+x$	$n(e^-)=2x$
كمية المادة عند $t=t_d$	$C_2.V_2-2x_{max}$	وفير	وفير	$C_1.V_1+x_{max}$	$n(e^-)=2x_{max}$

$$Q = n(e^-).F = I.t \Rightarrow n(e^-) = \frac{I.t}{F} \Rightarrow x = \frac{I.t}{2F}$$

$$n_t\left(Ag^+_{(aq)}\right) = C_2.V_2 - 2x \Rightarrow \left[Ag^+_{(aq)}\right]_t = \frac{C_2.V_2 - 2x}{V_2} = C_2 - \frac{2x}{V_2}$$

$$\left[Ag^+_{(aq)}\right]_t = C_2 - \frac{2I}{2F.V_2}.t$$

ت.ع: $$\left[Ag^+_{(aq)}\right]_t = 0,2 - \frac{2\times0,15}{2\times9,65.10^4\times0,1}.t$$

$$\left[Ag^+_{(aq)}\right]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t$$

3-تحديد المدة t_d لاشتغال المركم:

بما ان فلز الحديد يوجد بإفراط، فإن المتفاعل المحد هو Ag^+ نكتب: $\left[Ag^+_{(aq)}\right]_{t_d} = 0$

$$0,2 - 1,55.10^{-5}.t_d = 0 \Rightarrow t_d = \frac{0,2}{1,55.10^{-5}} \Rightarrow t_d = 1,29.10^4\ s$$

التركيز النهائي ل Fe^{2+} في المحلول:

من خلال الجدول الوصفي لدينا:

$$n_{t_d}\left(Fe^{2+}_{(aq)}\right) = C_1.V_1 + x_{max} \Rightarrow \left[Fe^{2+}_{(aq)}\right]_{t_d} = \frac{C_1.V_1 + x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{I.t_d}{2F.V_1}$$

$$\left[Fe^{2+}_{(aq)}\right]_{t_d} = 0,2 + \frac{0,15\times1,29.10^4}{2\times9,65.10^4\times0,1} \Longrightarrow \left[Fe^{2+}_{(aq)}\right]_{t_d} = 0,3\ mol.L^{-1}$$

الفيزياء

موجات فوق صوتية

1-تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

1-1-تعريف طول الموجة:

هي المسافة التي تقطعها الموجة خلال دور زمني.

1-2-اختيار الجواب الصحيح:

ب-الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

1-3-تحديد سرعة الموجة في الهواء:

بما ان المنحنيين على توافق في الطور نكتب: $d = n.\lambda$ أي: $\lambda = \frac{d}{n} = \frac{10,2.10^{-2}}{12} = 8,5.10^{-3}\ m$

لدينا: $V = \lambda.N$ ومنه: $V = \frac{d}{n}.N$

ت.ع: $V = \frac{10,2.10^{-2}}{12} \times 40.10^{3} \Rightarrow V = 340\ m.s^{-1}$

2-إيجاد ℓ_2 سمك الجنين :

لدينا: $V_c = \frac{2\ell_2}{\Delta t}$ حيث $2\ell_2$ المسافة التي قطعتها الموجة خلال المدة $\Delta t = t_2 - t_1$

$$2\ell_2 = V.\Delta t \Rightarrow \ell_2 = \frac{V.\Delta t}{2}$$

ت.ع: $\ell_2 = \frac{1540\times(130-80)\times10^{-6}}{2} = 0,0385\ m \Rightarrow \ell_2 = 3,85\ cm$

3-حيود موجة فوق صوتية في الهواء

3-1-مقارنة طول الموجة الواردة بطول الموجة المحيدة:

خلال ظاهرة الحيود تحتفظ الموجة المحيدة بنفس خاصيات الموجة الواردة، أي للموجتين نفس طول الموجة λ.

3-2-المسافة d التي أزيح بها المستقبل :

حسب تعبير الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ العلاقة بين الأفصول الزاوي والمنحني: $d = r\theta$ أي: $\theta = \frac{d}{r}$

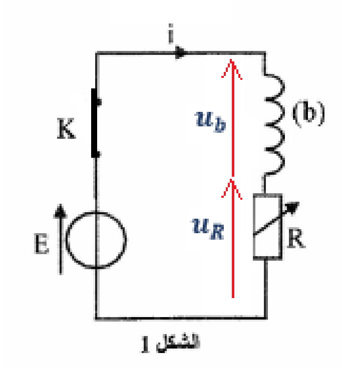
من العلاقتين نحصل على: $\frac{d}{r} = \frac{\lambda}{a}$ أي: $d = \frac{\lambda.r}{a}$ ت.ع: $d = \frac{8,5.10^{-3}\times40.10^{-2}}{2,6.10^{-2}} = 0,131m$

$$d = 13,1\ cm$$

الكهرباء

الجزء الأول: ثنائي القطب RL والدارة LC

1-استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر



الشكل 1

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_R$

حسب قانون أوم: $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ و $u_R = R.i$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L}.i(t) = \frac{E}{L}$$

1-2-تعبير $i(t)$ بدلالة بارامترات الدارة:

لدينا حل المعادلة التفاضلية: $i(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$ وبالتالي: $\frac{di}{dt} = -A.\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $-A.\alpha.e^{-\alpha.t}+\frac{R+r}{L}(A.e^{-\alpha.t}+B)=\frac{E}{L}$

$$A.e^{-\alpha.t}\left(-\alpha+\frac{R+r}{L}\right)+B.\frac{R+r}{L}-\frac{E}{L}=0$$

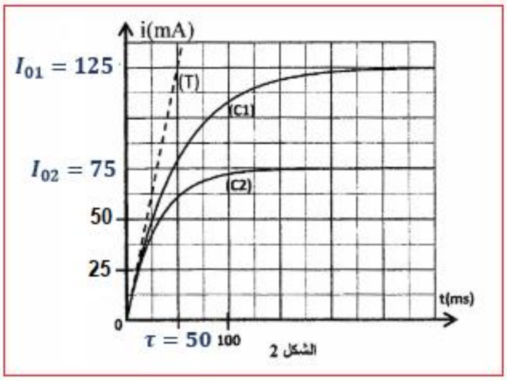
لكي يكون $i(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية مهما كانت قيمة t يجب ان يكون:

$$\begin{cases}-\alpha+\dfrac{R+r}{L}=0\\ B.\dfrac{R+r}{L}-\dfrac{E}{L}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\dfrac{R+r}{L}\\ B=\dfrac{E}{R+r}\end{cases}$$

الحل يكتب: $i(t)=A.e^{-\frac{R+r}{L}.t}+\frac{E}{R+r}$ حسب الشروط البدئية: $i(0)=0$

$$A.e^{0}+\frac{E}{R+r}=0\Rightarrow A=-\frac{E}{R+r}$$

نستنتج تعبير الحل: $i(t)=\frac{E}{R+r}(1-e^{-\frac{R+r}{L}.t})$



1-3-1-إيجاد قيمة R_1:

حسب الشكل 2 وفي النظام الدائم لدينا بالنسبة للمنحنى (1):

$I_{01}=125\ mA$ حسب تعبير الحل:

$$I_{01}=\frac{E}{R_1+r}\Rightarrow R_1+r=\frac{E}{I_{01}}\Rightarrow R_1+r=\frac{1,5}{0,125}$$

$$R_1+r=12\Omega$$

بالنسبة للمنحنى (2) نجد: $I_{02}=75\ mA$

$$2R_1+r=\frac{E}{I_{02}}\Rightarrow 2R_1+r=\frac{1,5}{0,075}\Rightarrow 2R_1+r=20\ \Omega$$

$$2R_1+r-(R_1+r)=20-12\Rightarrow R_1=8\ \Omega$$

-إيجاد قيمة r:

لدينا: $R_1+r=12\Omega$ أي: $r=12-R_1$

$$r=12-8\ \Rightarrow r=4\Omega$$

1-3-2-إثبات أن $L=0,6\ H$:

بالنسبة للمنحنى (1)ثابتة الزمن τ هي: $\tau=50\ ms$

لدينا: $\tau=\frac{L}{R_1+r}$ أي: $L=(R_1+r).\tau$ ت.ع: $L=12\times 50.10^{-3}\Rightarrow L=0,6H$

2-دراسة دارة LC

2-1-إثبات ان الطاقة الكلية للدارة ثابتة:

بما ان مقاومة الوشيعة مهملة $(r=0)$، فإن الطاقة الكلية للدارة تنحفظ.

2-2-تحديد السعة C و التوتر U_0:

لدينا:

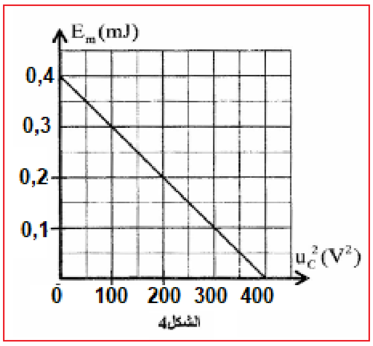
$$u_C(t) = U_0.\cos(2\pi f_0.t + \varphi) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -2\pi f_0.U_0.\sin(2\pi f_0.t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L.\left(C.\frac{du_C}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}L.C^2[-2\pi f_0.U_0.\sin(2\pi f_0.t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}L.C^2 4\pi^2 f_0^2.U_0^2.sin^2(2\pi f_0.t + \varphi) = \frac{1}{2}L.C^2\frac{4\pi^2}{4\pi^2 L.C}.U_0^2[1 - cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)]$$

$$E_m = \frac{1}{2}C.U_0^2[1 - cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)] = \frac{1}{2}C.U_0^2 - \frac{1}{2}C.U_0^2.cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}C.U_0^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2$$



حسب مبيان الشكل 4 معادلة المنحنى $E_m = f(u_C)$ تكتب: $E_m = a.u_C^2 + b$

$$a = \frac{\Delta E_m}{\Delta u_C^2} = \frac{0,4.10^{-3} - 0}{0 - 400} = -10^{-6}\,J.V^{-2}$$

$$b = 0,4.10^{-3} = 4.10^{-4}\,J$$

$$\begin{cases} E_m = -10^{-6}.u_C^2 + 4.10^{-4} \\ E_m = -\frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}C.U_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}C = -10^{-6} \\ \frac{1}{2}C.U_0^2 = 4.10^{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2.10^{-6}C \\ U_0^2 = \frac{2\times 4.10^{-4}}{2.10^{-6}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2\,\mu F \\ U_0 = 20\,V \end{cases}$$

الجزء الثاني: تضمين الوسع

1-تحديد تردد الموجة الحاملة:

توتر الموجة الحاملة: $u_1(t) = 6.\cos(4.10^5\pi.t)$ وبالتالي: $2\pi F_P = 4.10^5\pi$ ترددها هو:

$$F_P = 2.10^5 Hz \Rightarrow F_P = 200\,kHz$$

2-أختيار الجواب الصحيح:

الوسع القصوي للموجة المضمّنة هو: ب- $4,2\,V$

$$U_{m\,max} = 3(1 + 0,4) \Rightarrow U_{m\,max} = 4,2\,V$$

3-هل تحقق شروط تضمين جيد؟

الشرط الأول: $F_P \geq 10\,f_S$

لدينا: $2\pi f_S = 8.10^3\pi$ أي: $f_S = 4.10^3\,Hz \Rightarrow f_S = 4\,kHz$ ،

*إذن الشرط الأول $F_P = 200\,kHz \geq 10.f_S = 40\,kHz$ تحقق.

الشرط الثاني: $m = \frac{S_m}{U_0} < 1$ أي: $S_m < U_0$

لدينا حسب تعبير $u_S(t)$: $u_S(t) = 3[1 + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t)].\cos(4.10^5\pi.t)$

$U_0 = 1V$ و $S_m = 0,4V$ ،

*إذن: الشرط الثاني: $U_0 > S_m$ تحقق، نستنتج ان التضمين جيد.

4-تعبير $u_S(t)$ على شكل ثلاث دوال جيبية:

$$u_S(t) = 3[1 + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t)].\cos(4.10^5\pi.t)$$

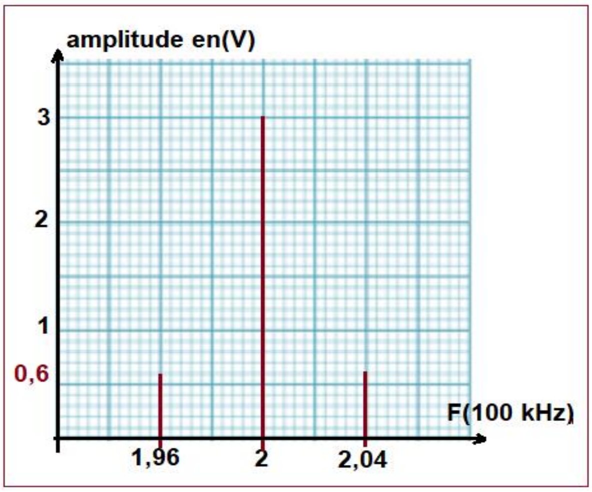
$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t).\cos(4.10^5\pi.t)$$

لدينا:
$$\cos(a).\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 1,2 \times \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{8.10^3 + 4.10^5}{2}\pi.t\right) + \cos\left(\frac{8.10^3 - 4.10^5}{2}\pi.t\right)\right]$$

$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 0,6.\cos(4,08.10^5\,\pi.t) + 0,6.\cos(3,92.10^5\pi.t)$$

تمثيل طيف الترددات بالسلم: الوسع: $1\,cm/V$ رأسيا و التردد: $1\,cm\,/0,04.10^2\,kHz$ أفقيا.



5-التحقق ما إذا كانت دارة الانتقاء من استقبال الموجة المضمَّنة السابقة:

لكي تلتقط الدارة LC الموجة يجب ان يتوافق ترددها الخاص مع تردد هذه الموجة أي: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,6 \times 2.10^{-6}}} \Longrightarrow f_0 \approx 145,3\,Hz$$

نلاحظ أن: $f_0 < F_P = 2.10^5\,Hz$ إذن لا يمكن لهذه الدارة من التقاط الموجة المضمَّنة.

الميكانيك

الجزء الأول: حركة متزلج

1-المرحلة الأولى: حركة المتزلج على المستوى المائل

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لـ G تكتب:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} + g.sin\alpha - \frac{F}{m}.\cos(\beta - \alpha) = 0$$

المجموعة المدروسة: {المتزلج}

جرد القوى:

$\vec{P}$: وزن المتزلج $\vec{F}$: قوة جر الحبل $\vec{R}$: تأثير السطح مع: $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T \Longrightarrow \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نعتبر المعلم $(O;\vec{\imath}_1;\vec{\jmath}_1)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا، نطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G \quad (1)$$

الاسقاط على المحور Ox:

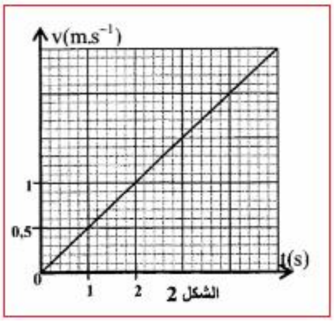
$$P_x+F_x+R_x=m.a_x$$

$$-P.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.a$$

$$-m.g.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.\frac{d\mathrm{v}}{dt}$$

$$\frac{d\mathrm{v}}{dt}=\frac{f}{m}+g.sin\alpha-\frac{F}{m}.\cos(\beta-\alpha)=0$$

1-2-1-التحديد المبياني لقيمة التسارع a:



يمثل مبيان الشكل 2 دالة خطية معادلتها تكتب: $\mathrm{v}=a.t$ حيث معاملها الموجه هو:

$$a=\frac{\Delta\mathrm{v}}{\Delta t}=\frac{0,5-0}{1-0}=0,5\ m.s^{-2}$$

وبالتالي تسارع G هو: $a=0,5\ m.s^{-2}$

1-2-2-تحديد F:

حسب العلاقة: $-P.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.a$ نحصل على تعبير F:

$$F=\frac{m.(a+g.sin\alpha)+f}{\cos(\beta-\alpha)}$$

ت.ع:

$$F=\frac{60\times(0,5+9,8\times sin23)+80}{\cos(60-23)}\Rightarrow F=425,4\ N$$

1-3-تحديد قيمة k:

لدينا: $\|\vec{R}_T\|=k.\|\vec{R}_N\|$ أي: $f=k.R_N$ وبالتالي: $k=\frac{f}{R_N}$

لتحديد R_N نسقط العلاقة (1) على المحور Oy:

$$P_y+F_y+R_y=m.a_y$$

$$-m.g.cos\alpha+Fsin(\beta-\alpha)+R_N=0$$

$$R_N=m.g.cos\alpha-Fsin(\beta-\alpha)$$

نعوض R_N في تعبير k:

$$k=\frac{f}{m.g.cos\alpha-Fsin(\beta-\alpha)}$$

$$k=\frac{80}{60\times 9,0,288\times\cos(23)-425,4\times\sin(60-23)}\Rightarrow k=0,28$$

2-المرحلة الثانية: مرحلة القفز

2-1-إثبات التعبير العددي للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

يخضع المتزلج في هذه المرحلة لوزنه فقط

نعتبر المعلم $(S;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن، نكتب:

$$\vec{P}=m.\vec{a}_G\ \Rightarrow m.\vec{g}=m.\vec{a}_G\ \Rightarrow \vec{a}_G=\vec{g}\ \ (2)$$

حسب الشروط البدئية:

$$\vec{V}_S \begin{cases} V_{Sx}=V_S.\cos\alpha \\ V_{Sy}=V_S.\sin\alpha \end{cases} \qquad \overrightarrow{SG_0} \begin{cases} x_S=0 \\ y_S=0 \end{cases}$$

إسقاط العلاقة (2) على المحورين Sx و Sy:

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x=\frac{dV_x}{dt}=0 \\ a_y=\frac{dV_y}{dt}=-g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}_G \begin{cases} V_x=\frac{dx}{dt}=V_{Sx} \\ V_y=-gt+V_{Sy} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}_G \begin{cases} V_x=\frac{dx}{dt}=V_S.\cos\alpha \\ V_y=\frac{dy}{dt}=-gt+V_S.\sin\alpha \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تكامل}} \overrightarrow{SG} \begin{cases} x(t)=V_S.\cos\alpha\, t+x_S \\ y(t)=-\frac{1}{2}g\,t^2+V_S.\sin\alpha\, t+y_S \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{SG} \begin{cases} x(t)=V_S.\cos\alpha\, t \\ y(t)=-\frac{1}{2}g.t^2+V_S.\sin\alpha\, t \end{cases} \Rightarrow$$

ت.ع:
$$x(t)=10\times\cos(23°) \Rightarrow x(t)=9,2\,t$$

$$y(t)=-\frac{1}{2}\times 9,8\,t^2+10\times\sin(23°)\,t \Rightarrow y(t)=-4,9\,t^2+3,9\,t$$

2-2-استنتاج معادلة المسار:

$$x=9,2\,t \Rightarrow t=\frac{x}{9,2}$$

$$y=-4,9\left(\frac{x}{9,2}\right)^2+3,9\left(\frac{x}{9,2}\right) \Rightarrow y=-5,8.10^{-2}\,x^2+0,42\,x$$

2-3- إيجاد المسافة SB للقفز:

إحداثيات النقطة B هما: (3) $x_B=SB.\cos\theta$ و $y_B=-SB.\sin\theta$

أي:
$$\frac{y_B}{x_B}=\frac{-SB.\sin\theta}{SB.\cos\theta}=-\tan\theta \quad (4)$$

معادلة المسار تكتب: $y_B=-5,8.10^{-2}\,x_B^2+0,42\,x_B$ أي:

$$y_B=x_B(-5,8.10^{-2}\,x_B+0,42) \Rightarrow \frac{y_B}{x_B}=-5,8.10^{-2}\,x_B+0,42$$

باستعمال العلاقة (4) ثم العلاقة (3) نكتب:

$$-5,8.10^{-2}\,x_B+0,42=-\tan\theta \Rightarrow 5,8.10^{-2}.SB.\cos\theta-0,42=\tan\theta$$

$$SB=\frac{\tan\theta+0,42}{5,8.10^{-2}\cos\theta}$$

ت.ع:
$$SB=\frac{\tan(45°)+0,42}{5,8.10^{-2}\cos(45°)} \Rightarrow SB=34,6\,m$$

الجزء الثاني: حركة نواس بسيط

1-1-تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g:

حسب تعريف طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp}(z)=m.g.z+cte$

باختيار المستوى الأفقي المار من S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية نكتب: $E_{pp}(0)=0$

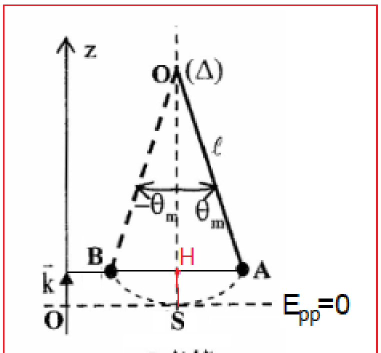
أي: $cte = 0$

لدينا: $z = \ell - \ell.cos\theta = \ell(1 - cos\theta)$ وبالتالي: $E_{pp} = m.g.\ell(1 - cos\theta)$

بما أن: $\theta_m = 8° < 15°$ فإن وسع التذبذبات صغير نأخذ: $cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_{pp} يصبح: $E_{pp} = m.g.\ell\left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

1-2-تحديد الطاقة الميكانيكية E_m للنواس:



الشكل 3

حسب تعريف الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = E_C + E_{PP} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

عند النقطة A لدينا: $\theta = \theta_m$ و $\dot{\theta} = 0$ الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2$$

ت.ع: $E_m = \frac{1}{2} \times 20.10^{-3} \times 9,81 \times 24,8.10^{-2} \times \left(8° \times \frac{\pi}{180°}\right)^2 \Rightarrow E_m = 4,74.10^{-4}\,J$

1-3-المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي $\theta(t)$:

بإهمال الاحتكاكات، فإن الطاقة الميكانيكية تبقى ثابتة $E_m = cte$ أي: $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$E_m = E_C + E_{PP} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_{PP}}{dt} \Rightarrow \frac{1}{2}m.\ell^2.\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + \frac{1}{2}m.g.\ell.\frac{d\theta^2}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.2\dot{\theta}.\ddot{\theta} + \frac{1}{2}m.g.\ell.2\theta.\dot{\theta} = 0 \Rightarrow m.\ell^2.\dot{\theta}\left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta\right) = 0$$

بما أن: $m.\ell^2.\dot{\theta} \neq 0$ فإن المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell}.\theta(t) = 0$$

2-1-تعبير الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

-التحقق من بعد الدور الزمني للدور الخاص:

باستعمال معادلة الابعاد: $[T_0] = \left(\frac{[\ell]}{[g]}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{cases}[\ell] = L \\ [g] = L.T^{-2}\end{cases} \Rightarrow [T_0] = \left(\frac{L}{L.T^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = (T^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = T$$

نستنتج أن للدور الخاص بعدا زمنيا.

2-2-حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{24,8.10^{-2}}{9,81}} = 0,999\ s \Longrightarrow T_0 \approx 1s$$

-استنتاج عدد الإشارات الصوتية n المرسلة خلال المدة Δt:

المدة الزمنية للنواس خلال انتقاله من A إلى B هي نصف دور أي: $t' = \frac{T_0}{2} = 0,5\ s$

لدينا: $\Delta t = nt'$ أي: $n = \frac{\Delta t}{t'}$ ← $n = \frac{10,25}{0,5} \Longrightarrow n = 20,5$

3- إثبات ان تعبير السرعة الزاوية هو: $\dot{\theta}(t) = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$

تعبير E_m هو: $E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

عند النقطة S نكتب: $\theta = 0$ والسرعة الزاوية تكون قصوية $\dot{\theta} = \dot{\theta}_S$ ، الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \Longrightarrow \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

$$\dot{\theta}_S^2 = \dot{\theta}^2 + \frac{g}{\ell}.\theta^2 \Longrightarrow \dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell}.\theta^2 \Longrightarrow \dot{\theta} = \pm\sqrt{\dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell}.\theta^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{g}{\ell}.\frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}}$$

حسب انحفاظ E_m:

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2 \\ E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \end{cases} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2 = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \Longrightarrow \frac{g}{\ell} = \frac{\dot{\theta}_S^2}{{\theta_m}^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{\dot{\theta}_S^2}{{\theta_m}^2}.\frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}} \Longrightarrow \dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{\theta^2}{{\theta_m}^2}}$$

نستنتج:

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$$