| الأستاذ أيوب مرضي | مـــــــــادة الـــــــفـــــــيـــــزيـــــاء | 7 صفحات |
| --- | --- | --- |
| مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية | الـجــزء الرابع: الميكانيك | |
| شـعـبــة: العلوم الفيزيائية | مدة الإنجاز (درس+تمارين): 4 س + 2 س | |

# الدرس الثاني عشر

# الحركات المستوية

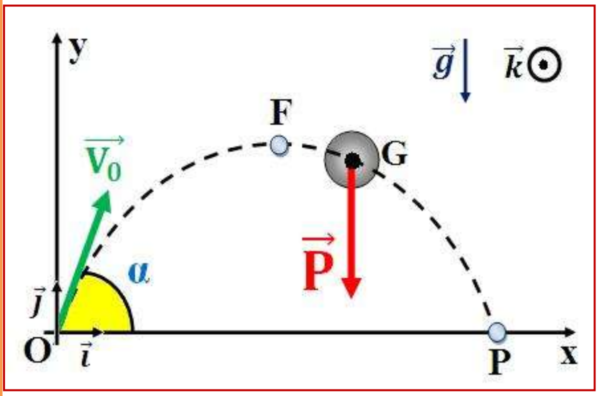
# Mouvements plans

## I. حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم.

### 1. تعريف:

نسمي **قذيفة** كل جسم يرُسل على مقربة من الأرض بسرعة بدئية $\vec{V_0}$ ، لتبسيط الدراسة نُهمل جميع الاحتكاكات ونعتبر القذيفة خاضعة لوزنها $\vec{P}$ فقط( سقوط حر).

### 2. دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم:




نرسل من نقطة O قذيفة (كرية) كتلتها m بسرعة بدئية $\vec{V_0}$ ، وندرس حركتها في مجال الثقالة الذي نعتبرة منتظمة $g = cte$ .

تتم هذه الدراسة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا حيث نعلم مواضع G في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد ممنظم $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي.

تكون متجهة السرعة البدئية $\vec{V_0}$ زاوية $\alpha$ مع الخط الأفقي تسمى **زاوية القذف**. كما نختار لحظة إطلاق القذيفة أصلا للتواريخ.

#### أ. متجهة التسارع (المعادلات التفاضلية):

المجموعة المدروسة {الجسم (S)}. جرد القوى: $\vec{P}$ الوزن.

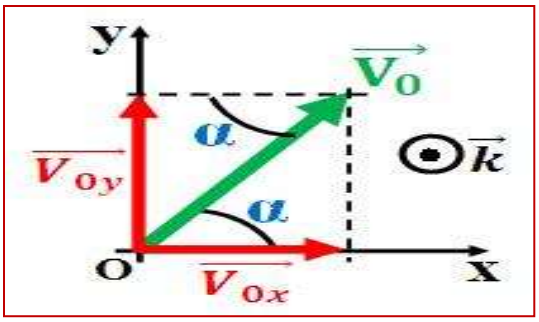
و حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{P} = m\vec{a_G}$ أي $m\vec{g} = m\vec{a_G}$ و منه $\vec{a_G} = \vec{g}$ (1)

بإسقاط العلاقة (1) على معلم الفضاء $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نجد:

$$\vec{a_G}\begin{cases} a_x = 0 = \dfrac{dV_x}{dt} \\ a_y = -g = \dfrac{dV_y}{dt} \\ a_z = 0 = \dfrac{dV_z}{dt} \end{cases}$$

#### ب. متجهة السرعة:

لدينا: $\begin{cases} \dfrac{dV_x}{d} = 0 \\ \dfrac{dV_y}{dt} = -g \\ \dfrac{dV_z}{dt} = 0 \end{cases}$ عن طريق التكامل نحدد إحداثيات متجهة السرعة وهي: $\vec{V_G}\begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g.t + V_{0y} \\ V_z = V_{0z} \end{cases}$




حيث كل من $V_{0x}$ و $V_{0y}$ و $V_{0z}$ تمثل احداثيات متجهة السرعة البدئية في المعلم $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ و منه نجد:

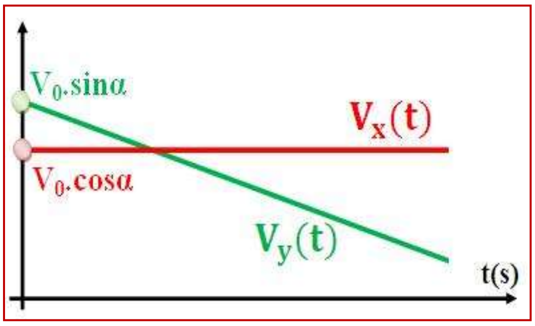
$$V_{0x} = V_0.\cos\alpha$$

و $V_{0y} = V_0.\sin\alpha$

و $V_{0z} = 0$

و بالتالي إحداثيات متجهة السرعة لمركز قصور القذيفة في المعلم $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ هي:

$$\overrightarrow{V_G}\begin{cases} V_x(t) = V_0.cos\alpha \\ V_y(t) = -g.t + V_0.sin\alpha \\ V_z(t) = 0 \end{cases}$$




نمثل كل من $V_x(t)$ و $V_y(t)$ و $V_z(t)$ بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى جانبه:

### ج. متجهة الموضع:

لدينا: $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_0.cos\alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g.t + V_0.sin\alpha \\ \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases}$ عن طريق التكامل نحدد إحداثيات متجهة الموضع و هي كالتالي:

$$\begin{cases} x(t) = (V_0.cos\alpha).t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.sin\alpha).t + y_0 \\ z(t) = z_0 \end{cases}$$

حيث كل من $x_0$ و $y_0$ و $z_0$ تمثل احداثيات متجهة الموضع عند اللحظة t=0 في المعلم و منه نجد المعادلات الزمنية لحركة الجسم (S):

$$\begin{cases} x(t) = (V_0.cos\alpha).t \\ y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (V_0.sin\alpha).t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

**ملاحظات:**

- بما أن $z(t) = 0$ فإن الحركة تتم في المستوى (xOy) أي في المستوى الرأسي الذي يشمل متجهة السرعة البدئية و بالتالي فإن حركة القذيفة **حركة مستوية**.
- على المحور الأفقي (Ox) حركة G **حركة مستقيمية منتظمة**، حيث x(t) خطية والسرعة $V_x(t)$ ثابتة.
- على المحور الرأسي (Oy) حركة G **حركة مستقيمية متغيرة بانتظام**، حيث y(t) دالة من الدرجة الثانية والتسارع $a_y$ ثابت.

## 3. مميزات المسار:

### أ. معادلة المسار:

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيتي النقطة G للمتحرك، و بما أن الحركة تتم في المستوى (xOy) إذن يفترض إيجاد تعبير y(t) بدلالة x(t) للحصول على معادلة المسار، و ذلك بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين

$x(t)$ و $y(t)$، بحيث لدينا: $\mathbf{x(t) = (V_0.cos\alpha).t}$ أي أن $\mathbf{t= x/(V_0.cos\alpha)}$ حيث نعوض t بتعبيرها في المعادلة الزمنية $y(t)$ فنجد:

$$y(x) = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{V_0 cos\alpha})^2 + (V_0 sin\alpha).(\frac{x}{V_0 cos\alpha})$$

و منه نحصل على **معادلة المسار** التالية: $$y(x) = -\frac{g}{2.V_0^2.cos^2\alpha}x^2 + (tan\alpha).x$$

$y(x)$ دالة من الدرجة الثانية أي أن تمثيلها عبارة عن شلجم يوجد في مستوى القذف و منه فإن **الحركة شلجمية**.

## ب. المدى الرأسي (قمة المسار F):

نسمي **قمة المسار** الارتفاع القصوي الذي تصل إليه القذيفة بالنسبة لارتفاعها البدئي و الذي يطابق النقطة F في المسار.

عند قمة المسار تنعدم السرعة $\mathbf{V_y(t_F)}$ أي أن: $\mathbf{V_y(t_F) = -g.t_F + V_0.sin\alpha = 0}$

إذن نستنتج تاريخ مرور القذيفة من النقطة F بحيث: $t_F = \frac{V_0.sin\alpha}{g}$

نعوض $t_F$ بتعبيرها في كل من $x(t)$ و $y(t)$ للحصول على إحداثيتي النقطة $F$ (قمة المسار):

- لدينا: $x(t_F) = (V_0.cos\alpha).t_F = (V_0.cos\alpha).\frac{V_0.sin\alpha}{g}$ ومنه: $$x_F = \frac{{V_0}^2.sin(2\alpha)}{2g}$$
- لدينا: $y(t_F) = -\frac{1}{2}.g.(\frac{V_0.sin\alpha}{g})^2 + (V_0.sin\alpha).\frac{V_0.sin\alpha}{g}$ ومنه: $$y_F = \frac{{V_0}^2.sin^2(\alpha)}{2g}$$

**ملاحظة:**

- نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان $y_F$ قصوي أي أن: $sin^2\alpha=1 \Leftrightarrow sin\alpha=1$ و منه: $\boldsymbol{\alpha = \pi/2}$ أي في حالة إرسال القذيفة رأسيا نحو الأعلى.

## ج. المدى الأفقي (المدى OP):

نسمي **المدى** المسافة بين الموضع البدئي للقذيفة لحظة انطلاقها (غالبا النقطة O) و الموضع P أثناء سقوط القذيفة بحيث تنتمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل الموضع البدئي.

عند النقطة P تنعدم $y_P$ أي أن $\mathbf{y(x_P) = 0}$ أي أن: $y(x_P) = -\frac{g}{2.V_0^2.cos^2\alpha}{x_P}^2 + (tan\alpha).x_P = 0$

أي: $x_P(-\frac{g}{2.V_0^2.cos^2\alpha}x_P + tan\alpha) = 0$ أي أن للمعادلة حلين هما:

- الحل الأول: $x_P = 0$ **حالة السقوط الرأسي الحر**.
- الحل الثاني: $-\frac{g}{2.V_0^2.cos^2\alpha}x_P + tan\alpha = 0$ أي أن: $$x_P = \frac{{V_0}^2.sin(2\alpha)}{g}$$ **حالة القذيفة**.

**ملاحظة:**

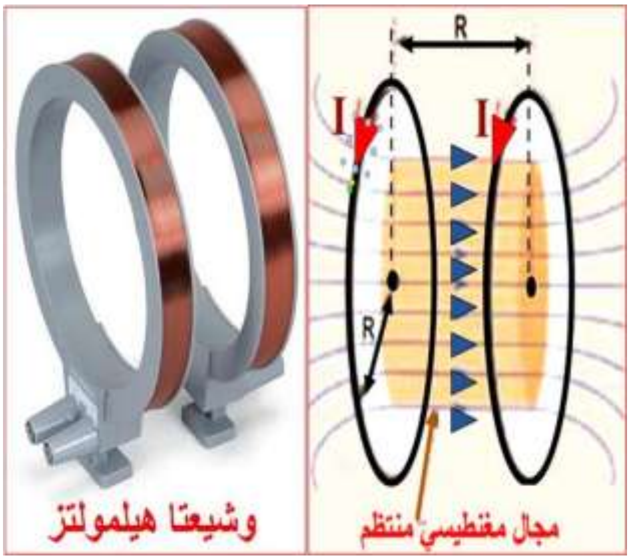
- نحصل على أقصى قيمة للمدى إذا كان $x_P$ قصوي أي أن: $sin2\alpha=1 \Leftrightarrow 2\alpha = \pi/2$ و منه: $\boldsymbol{\alpha = \pi/4}$ أي أن $x_P = \frac{{V_0}^2}{g}$.

## II. حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم.

### 1. المجال المغنطيسي المنتظم:

يكون **المجال المغنطيسي منتظما** إذا كان لمتجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$ نفس المميزات في نقط مختلفة من الفضاء.

للحصول على مجال مغنطيسي منتظم نستعمل وشيعتين يمر فيهما تيارا كهربائيا، حيث تتغير شدة المجال المغنطيسي بتغير شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعتين. تسمى هاتين الوشيعتين بـ " **وشيعتا هيلمولتز**".




بالنسبة لمستوى الورقة نرمز لمتجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$ في كل حالة من الحالات التالية كما يلي:

- إذا كانت $\vec{B}$ داخلة إلى الورقة نكتب ( $\vec{B}\otimes$).
- إذا كانت $\vec{B}$ خارجة من الورقة نكتب ( $\vec{B}\odot$).

### 2. القوة المغنطيسية ( قوة لورنتز ):

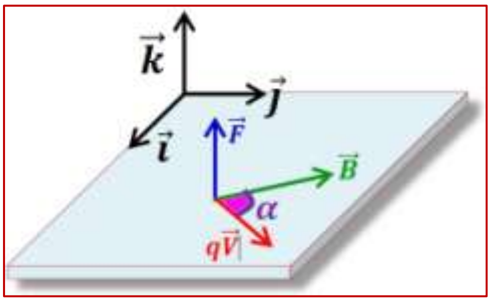
#### أ. تعريف:

تخضع دقيقة مشحونة شحنتها q، و تتحرك بسرعة متجهتها $\vec{v}$ داخل مجال مغناطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$، إلى قوة مغنطيسية $\vec{F}$ تسمى **قوة لورنتز**، تحددها العلاقة المتجهية جانبه.

$$\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$$

حيث يمثل $q\vec{v}\wedge\vec{B}$ الجداء المتجهي للمتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$. كما أن معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$ يمكننا من استنتاج مميزات القوة $\vec{F}$.

#### ب. مميزات قوة لورنتز:




- **نقطة التأثير:** هي الدقيقة المشحونة نفسها باعتبارها نقطية.
- **خط التأثير:** المستقيم العمودي على المستوى $(\vec{v};\vec{B})$،حيث تكون $\vec{F}$ عمودية على $\vec{v}$ و $\vec{B}$.
- **المنحى:** هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الأوجه $(q\vec{v};\vec{B};\vec{F})$، مباشرا، و يحدد كذلك بطريقة اليد اليمنى.
- **الشدة:** تعرف بالعلاقة التالية: $F = |q|.v.B.|\sin(\alpha)|$

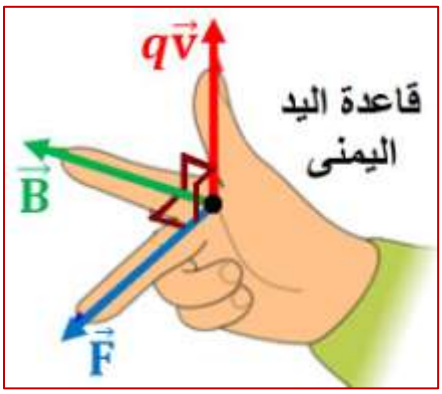
**حيث:**

**q: شحنة الدقيقة بالكولوم (C) - v: سرعتها بـ (m/s) - B: شدة المجال المغنطيسي بالتسلا (T) – F: شدة قوة لورنتز بالنيوتن (N) – α: الزاوية التي تكونها $\vec{v}$ و $\vec{B}$.**

**ملاحظات:**

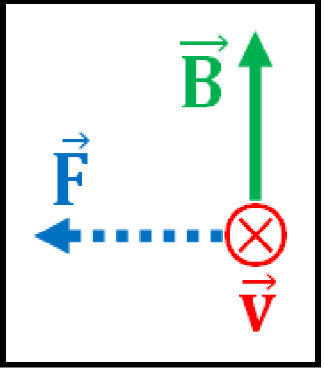
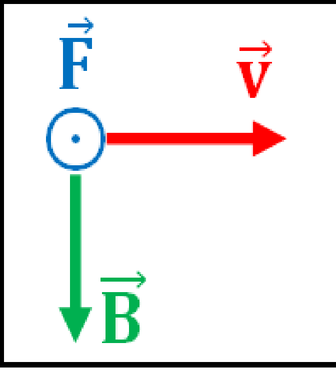
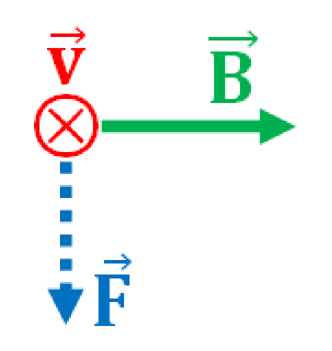
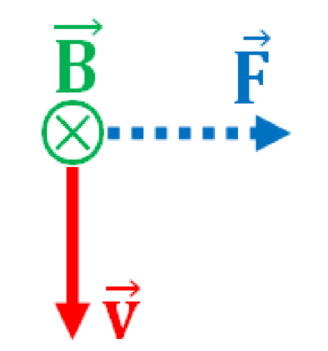
- إذا كانت v منعدمة (v=0) فإن F تكون منعدمة رغم وجود المجال المغنطيسي. ومنه نستنتج أن المجال المغنطيسي لا يؤثر على دقيقة مشحونة توجد في حالة سكون.

#### ج. تحديد منحى قوة لورنتز:




يمكن تحديد منحى قوة لورنتز باستعمال قاعدة الأصابع الثلاثة لليد اليمنى بحيث يمثل: الإبهام (منحى $q\vec{v}$) – السبابة ( منحى $\vec{B}$) – الوسطى (منحى $\vec{F}$).

## مــثـــــال:

| باستعمال قاعدة اليد اليمنى حدد منحى قوة لورنتز في كل حالة من الحالات التالية: | | | |
|---|---|---|---|
| توجيه: إذا كانت $q>0$ فإن لـ $q\vec{v}$ نفس منحى $\vec{v}$، و إذا كانت $q<0$ فإن لـ $q\vec{v}$ منحى معاكس لمنحى $\vec{v}$. | | | |
| $q < 0$ | $q < 0$ | $q > 0$ | $q > 0$ |
|  |  |  |  |

### 3. الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم:

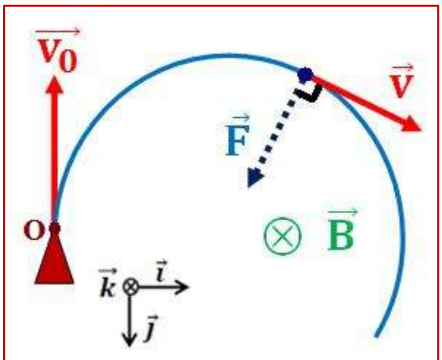
تخضع الدقيقة المشحونة أثناء حركتها في مجال مغنطيسي منتظم إلى قوة لورنتز التي تبقى دائما عمودية على متجهة السرعة أي أن $\vec{F} \perp \vec{v}$ ومنه يمكن أن نستنتج أن الجذاء السلمي $\vec{F}.\vec{v}$ منعدم أي $(\vec{F}.\vec{v} = 0)$. وبالتالي فإن **قوة لورنتز قدرة منعدمة أي $P = \vec{F}.\vec{v} = 0$**

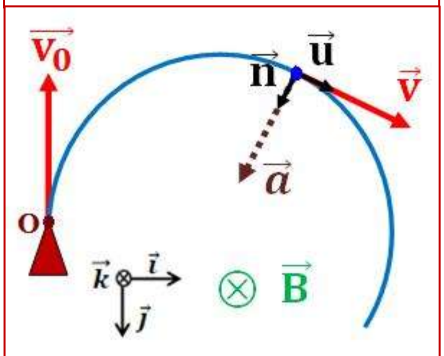
إذا كانت دقيقة مشحونة تخضع لقوة لورنتز فقط (نهمل وزنها)، فإن قدرة هذه القوة منعدمة أي $P = \frac{dE_c}{dt} = 0$
أي أن طاقتها الحركية ثابتة $E_c = cte$ ومنه يمكن أن نستنتج أن سرعتها ثابتة $v = v_0 = cte$.

**ومنه نخلص إلى أن حركة دقيقة داخل مجال مغنطيسي منتظم تكون منتظمة و أن طاقتها الحركية تنحفظ.**

### 4. دراسة حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم:

نعتبر دقيقة ذات شحنة $q < 0$ في حركة داخل مجال مغنطيسي منتظم ثابت حيث متجهة سرعتها $\vec{v}$ عمودية على $\vec{B}$ متجهة المجال المغنطيسي.




#### أ. تعبير التسارع:

- المجموعة المدروسة {الدقيقة المشحونة}.- جرد القوى: $\vec{F}$ قوة لورنتز.

- حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{F} = m\vec{a_G}$ أي $q\vec{v}\wedge\vec{B} = m\vec{a_G}$

و منه: $$\boxed{\vec{a_G} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}}$$

**ومنه نخلص إلى أن متجهة التسارع $\vec{a_G}$ عموية على كل من $\vec{v}$ و $\vec{B}$.**

#### ب. تعبير التسارع في أساس فريني:

نعلم أن التسارع في أساس فريني يكتب كما يلي: $\vec{a_G} = \frac{dv}{dt}.\vec{u} + \frac{v^2}{\rho}.\vec{n}$

و مما سبق توصلنا إلى أن سرعة الدقيقة ثابتة أي $v=v_0=cte$ أي أن $\frac{d}{dt} = 0$

ومنه فإن $\overrightarrow{a_G} = \frac{v^2}{\rho} . \vec{n}$ أي أن: $\overrightarrow{a_G} = \frac{v^2}{\rho} . \vec{n} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$

ونعلم أن: $F = |q|. v. B. |\sin(\alpha)|$ وبما أن $\vec{F} \perp \vec{v}$ فإن $\alpha=90°$ أي $\sin\alpha=1$ ومنه $F = |q|. v. B$

يعني أن: $\frac{|q|.v.B}{m} = \frac{v^2}{\rho}$ وبالتالي نجد أن : $\rho = \frac{m.v}{|q|.B}$

نلاحظ أن شعاع إنحناء المسار ثابت، ومنه يمكن أن نخلص **إلى أن مسار الدقيقة مسار دائري شعاعه** $r = \frac{m.v}{|q|.B}$

### ج. دور الحركة:

دور الحركة T هو المدة الزمنية اللازمة لتنجز الدقيقة دورة كاملة، ويعرف بالعلاقة التالية: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi.r}{v}$

و بتعويض r بتعبيرها نجد أن: $T = \frac{2\pi.m}{|q|.B}$

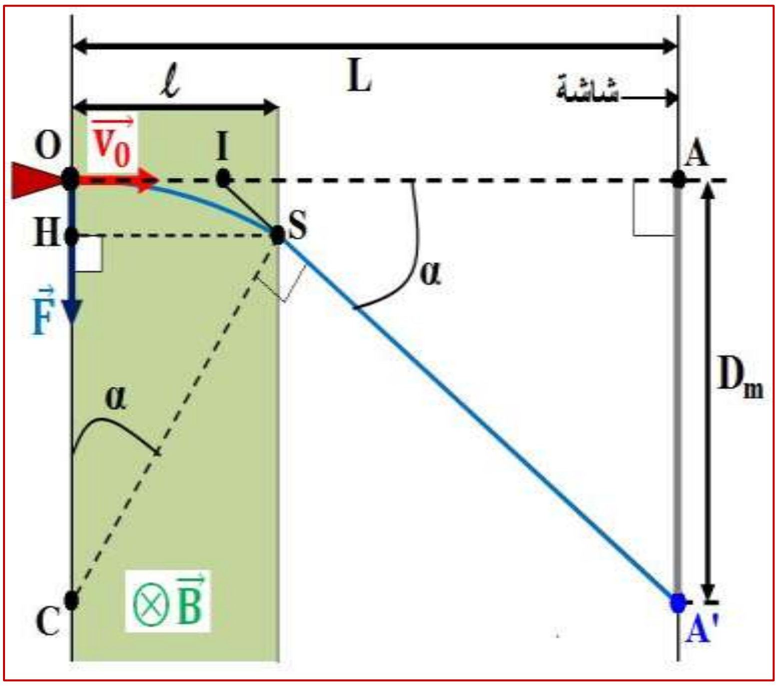
## 5. الانحراف المغنطيسي:

تدخل حزمة تتكون من نفس الدقائق، كتلة الدقيقة الواحدة هي m وشحنتها q، من O في حيز من الفضاء عرضه l يسود فيه مجال مغنطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$. سرعة كل دقيقة عند O هي $v_0$ متجهتها $\overrightarrow{v_0}$ عمودية على $\vec{B}$ .

مسار الدقائق داخل المجال المغنطيسي مسار دائري شعاعه $r = \frac{m.v}{|q|.B}$.

تغادر هذه الدقائق المجال المغنطيسي في النقطة S. فتأخذ حركة مستقيمية منتظمة (نهمل وزن الدقيقة)، مسارها يجسده المماس للمسار الدائري في S لتصطدم بشاشة تبعد عن النقطة O بالمسافة L عند النقطة A'.

في غياب المجال المغنطيسي تصطدم الدقائق بالشاشة في النقطة A، حيث يمثل المقدار $D_m$=AA' **الانحراف المغنطيسي**، و يشكل المقدار α **الانحراف الزاوي**. (أنظر الشكل)




باعتبار α صغيرة جدا، فإن:

أي أن: sin α ≈ tan α

- ♦ tan α = AA'/(L-OI) و بما أن ℓ << L
  فإن **tan α ≈ α = $D_m$/L**
- ♦ sin α = l/r و بما أن α ≈ tan α ≈ sin α

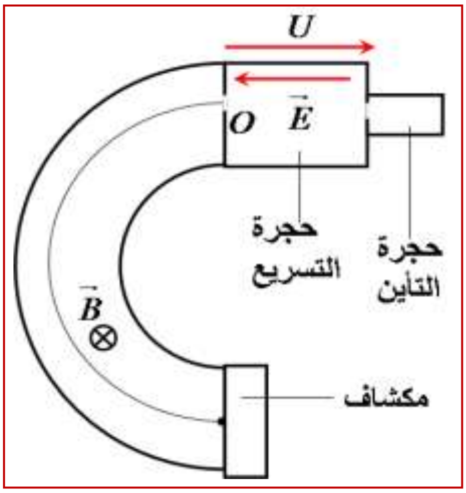
فإننا نستنتج أن: $\frac{l}{r} = \frac{D_m}{L}$ ومنه الانحراف المغنطيسي: $D_m = \frac{l.L}{r}$

وبتعويض r بقيمتها نحصل على تعبير الانحراف المغنطيسي، بحيث:

$$D_m = \frac{l.L.|q|}{m.v_0}.B$$

## III. تطبيقات.

### 1. راسم الطيف للكتلة: (spectromètre)




راسم الطيف للكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة و ذلك باستعمال مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستير من:

- حجرة التأين حيث تنتج الأيونات.
- حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تكاد تكون منعدمة لتسرع بواسطة مجال كهرساكن $\vec{E}$ محدث بواسطة توترU، تخرج الأيونات من حجرة التسريع عند النقطة O بالسرعة $\vec{v_0}$ حيث تخضع لتأثير مجال مغنطيسي منتظم $\vec{B}$ فتحدث وفق مسار يشكل قوسا من دائرة شعاعها: $r = \frac{m.v_0}{|q|.B}$.
- مكشاف حيث يُجَمَع الدقائق و قد تكون صفيحة فوتوغرافية أو عداد ( كعداد جيجر ميلر ) بالنسبة لقيمتي B و U ثابتتين تتميز الأيونات بنفس خارج القسمة $\frac{|q|}{m}$ فيكون لها نفس المسار الدائري ذي الشعاع r وبمعرفة قيمة r يتم تعيين المقدار $\frac{|q|}{m}$ وبالمقابل فإن الأيونات التي لها نفس الشحنة و ليس لها نفس الكتلة ، تكون مساراتها مختلفة بحيث يتناسب شعاع كل مسار مع $\sqrt{m}$ و بذلك يصير من الممكن فرزها.

### 2. السيكلوترون:

السيكلوترون جهاز مُسرع للدقائق يتكون من علبتين نصف أسطوانيتين مفرغتين و موضوعتين أفقيا في مجال مغنطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$.

يطبق بين هاتين العلبتين توتر متناوب U يساوي دوره T مدة دوران الدقيقة طول مساره الدائري، في اللحظة التي يكون فيها المجال الكهربائي أقصى، يبعث المنبع أيونات فتسرع نحو العلبة $(D_1)$ حيث تنجز نصف دورة حسب مسارها الدائري خلال مدة زمنية تساوي T/2 ولحظة خروجها من العلبة $(D_1)$ يصير المجال الكهرساكن أقصى، فيتم تسريعها من جديد نحو العلبة (D) لتنجز داخلها حركة وفق مسار نصف دائري ذي شعاع أكبر وهكذا و بعد كل عبور من علبة إلى أخرى يتزايد شعاع مسار الدقائق الدائري و سرعتها فتتزايد طاقتها الحركية.