المجموعة الميكانيكية المتذبذبة
Système mecanique oscillant

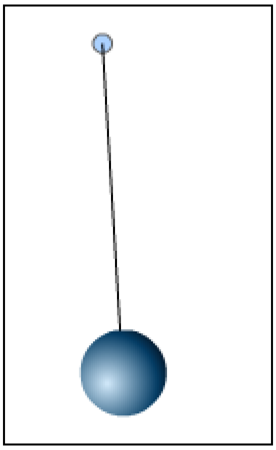
I ـ تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة

النواس الوازن

النواس الوازن

النواس الوازن هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه بإمكانها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها .
مثال : رقاص ساعة جدارية :
يخضع النواس الوازن عند حركته إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن النواس . $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) محور الدوران .
القوى التي لها مفعول على حركة الرقاص هي وزنه فقط ، بينما $\vec{R}$ ليس لها أي مفعول على الحركة خط تأثيرها يمر من المحور Δ.

النواس البسيط



النواس البسيط

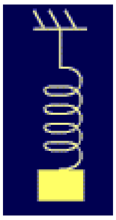
النواس البسط هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت .
عمليا للحصول على نواس بسيط نعلق جسم صغير كثافته جد عالية بطرف خيط كتلته مهملة وغير قابل الامتداد ونشد الطرف الآخر بحامل ثابت .
عند حركة النواس البسيط فهو يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{F}$ تأثير الخيط على الجسم .
القوة الوحيدة التي لها مفعول على حركة النواس البسيط هي وزنه فقط ، بينما $\vec{F}$ خط تأثيرها يتقاطع مع محور الدوران وبالتالي ليس لها مفعول على حركته .
ملحوظة : أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط $(r \ll \ell)$ يمكن اعتبار في هذه الحالة أن الجسم نقطيا والنواس البسيط متذبذبا ميكانيكيا مثاليا وحالة خاصة للنواس الوازن .

نواس اللي

نواس اللي

نواس اللي جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، ومن قضيب متجانس معلق من مركز قصوره بالطرف الثاني للسلك عند إدارة القضيب أفقيا بزاوية θ_0 حول المحور (Δ) المتطابق مع السلك ، فإن السلك يلتوي ، فيسعى للعودة إلى حالته البدئية ، بحيث يطبق على القضيب تأثيرا تنتج عنه مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي وهي مزدوجة ارتداد Couple de rappel تقاوم التواء السلك وبالتالي تحدث حركة تذبذبية للقضيب حول موضع توازنه المستقر .
مزدوجة اللي لها مفعول على حركة النواس بينما $\vec{R}$ و $\vec{P}$ ليس لهما أي تأثير .

النواس المرن



النواس المرن

يتكون النواس المرن من جسم صلب معلق بطرف نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة . الطرف الثاني للنابض مثبت بحامل ثابت .
عند تشويه النابض وتحريره نلاحظ أن ينجز حركة تذبذبية حول موضع توازنه المستقر ، تعزى هذه الحركة إلى القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم والتي تتعلق بحالة النابض إذا كان مطالا أو مكبوسا أو مضغوطا إذ تقاوم هذه القوة تشوه النابض ، لذلك تسمى بقوة الارتداد .

2 ـ الحركة التذبذبية ومميزاتها .

2 ـ 1 تعريف

الحركة التذبذبية هي حركة ذهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية .
هناك ثلاثة أنواع للحركة التذبذبية :
ـ الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .
ـ الحركة التذبذبية المصانة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي . مثال الساعة الحائطية .
الحركة التذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكة تسمى بالمثير تردد لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .

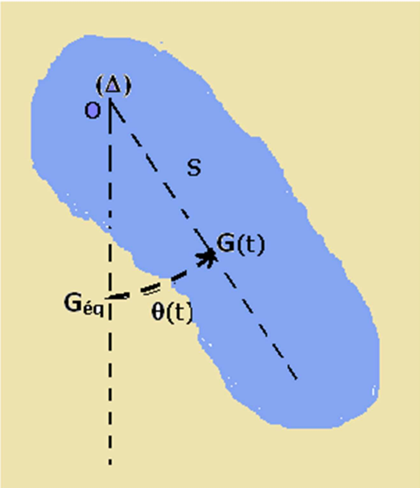
2 ـ 2 مميزات الحركة التذبذبية

أ ـ موضع التوازن المستقر

كل متذبذب ميكانيكي حر لا يمكنه أن ينجز حركته التذبذبية إلا حول موضع توازنه المستقر .

ب ـ وسع الحركة

وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار المعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر .

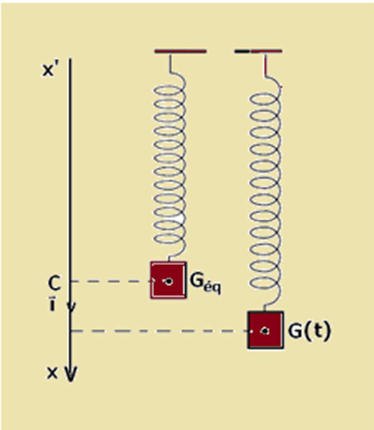


- بالنسبة للنواس الوازن والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ

ـ عند إزاحة النواس الوازن عن موضع توازنه المستقر ، ثم نحرره ، ينجز ذبذبات حرة في المستوى الرأسي الذي يحتوي على الموضع البدئي وعلى موضع التوازن المستقر لمركز قصوره G .
الأفصول الزاوي لنواس وازن (أو بسيط أو اللي) هو الزاوية الموجهة $\theta(t)$
بحيث : $\theta(t)=\left(\overrightarrow{OG_{(eq)}},\overrightarrow{OG_{(t)}}\right)$ ، $G_{(éq)}$ موضع G عند التوازن المستقر و $G_{(t)}$ هو موضع G عند اللحظة t .
أثناء الحركة يأخذ الأفصول الزاوي θ قيما موجبة وقيما سالبة . وبإهمال الخمود بالنسبة للذبذبات الأولى ، يتغير θ بين قيمة قصوى θ_m وقيمة دنيا $(-\theta)$ وتسمى القيمة المطلقة لهاتين القيمتين وسع الحركة للنواس الوازن الحر وغير المخمد .

- بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول الديكارتي (حركة إزاحة مستقيمية)

عند إزاحة الجسم عن موضع توازنه المستقر وفق اتجاه محور النابض وتحريره ، فإنه ينجز حركة تذبذبية حرة حول هذا الموضع .
نمعلم مواضع مركز قصور النواس المرن في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ رأسي وموجه نحو الأسفل بالأفصول $x(t)$ بحيث أن $\overrightarrow{G_{éq}G}=x(t)\vec{i}$ $G_{éq}$ موضع G عند التوازن المستقر .



أثنا الحركة الحرة وغير المخمدة للنواس ، تأخذ x قيما موجبة أكبرها x_m وقيما سالبة أصغرها $-x_m$ ، نسمي x_m وسع الحركة للنواس المرن .

ج ـ الدور الخاص

الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتالين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى ، وحدته في النظام العالي للوحدات هي الثانية (s)

2 ـ 3 خمود الذبذبات الميكانيكية

أ ـ ظاهرة الخمود

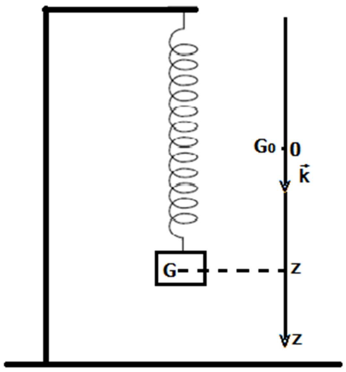
تجربة :

عند إزاحة متذبذب ميكانيكي (مثلا نواس وازن) عن موضع توازنه المستقر وتحريره ، فإنه ينجز ذبذبات حرة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر ، تسمى هذه الظاهرة ظاهرة الخمود الميكانيكي .
تعزى هذه الظاهرة إلى الاحتكاكات والتي يمكن تصنيفه إلى نوعين :
ـ احتكاكات صلبة والتي ينتج عنها خمود صلب للذبذبات .
ـ احتكاكات مائعة والتي ينتج عنها خمود مائع للذبذبات .

ب ـ أنظمة خمود الذبذبات الميكانيكية . الخمود بالاحتكاكات المائعة :

دراسة تجريبية :

ننجز التركيب التجريبي المبين في الشكل (1) حيث الجسم في حالة توازن ، يكون النابض مطال .



الشكل (1)

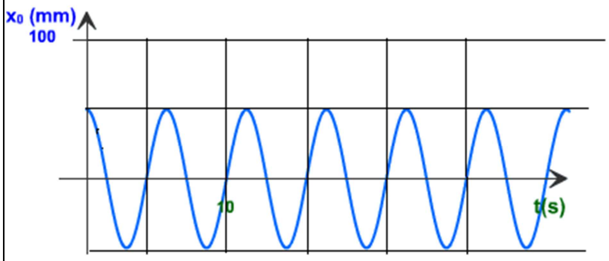
نزيح الجسم عن موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية . في غياب الاحتكاكات $(\lambda = 0)$، نحصل على الشكل (2)

نعيد نفس التجربة بوجود احتكاكات ضعيفة ، فنحصل على المنحنى الشكل (3) .
تم احتكاكات مهمة وذلك بتغيير λ فنحصل على الشكل (4)

1 ــ ما طبيعة ذبذبات الخيال عند تشغيل المعصفة مع إهمال الاحتكاكات .
ذبذبات حرة ، جيبية دوربة

2 ــ حدد صنف الخمود ونظام اشتغال المتذبذب في كل حالة .
الحالة 2 : غياب الاحتكاكات ، خمود منعدم ، **نظام جيبي دوري**
الحالة (3) حالة احتكاكات ضعيفة : **خمود ضعيف ، نظام شبه دوري**
الحالة (4) حالة احتكاكات جد مهمة : **خمود حاد ، نظام لا دوري**

3 ــ اقترح طريقة عملية لإبراز النظام لا دوري تجريبيا ، واعط شكل مخطط المسافات الموافق .
حركة الجسم في سائل مثل الماء شكل المنحنى : الشكل 4 (ب)

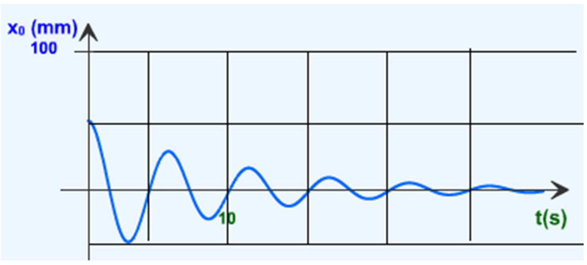


الشكل 2

خلاصة :

ــ حالة الخمود الضعيف : النظام شبه الدوري .

في هذه الحالة ينجز المتذبذب الميكانيكي ذبذبات يتناقص وسعها **أسيا** إلى أن يستقر المتذبذب عند موضع توازنه المستقر .
كما أنه في هذه الحالة أن حركة المتذبذب ليست دورية نقول إنها شبه دورية
ودورها T يقارب الدور الخاص T_0 للمتذبذب . عموما $(T_0 < T)$. نسمي T شبه الدور .
شبه الدور بالنسبة لمتذبذب ميكانيكي خموده ضعيف هو المدة الزمنية هو المدة الزمنية T التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى .

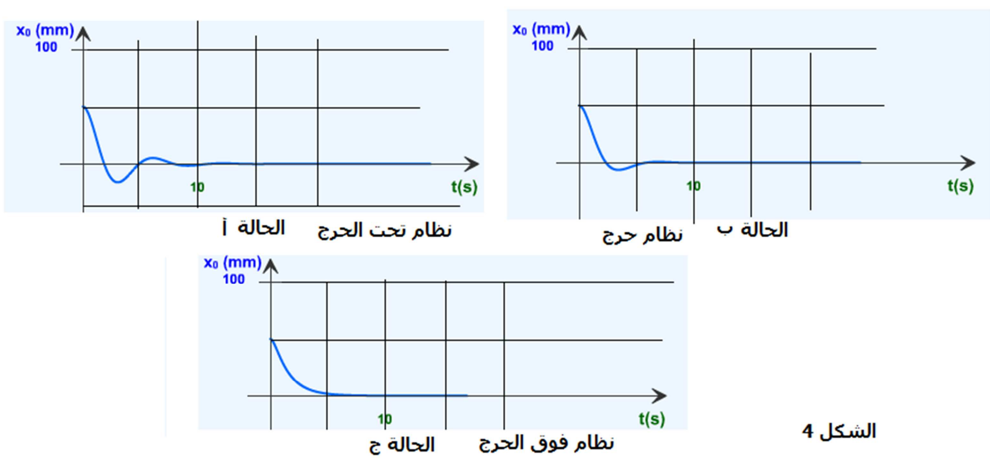


الشكل 3

ملحوظة : كلما كان خمود المتذبذب ضعيفا ، كلما تناهى شبه الدور T نحو الدور الخاص T_0 .
كلما صار الخمود مهما ، كلما تناقص وسع الحركة بشدة إلى أن ينعدم خلال فترة زمنية وجيزة .

ــ حالة الخمود الحاد : النظام اللادوري .

في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب غير دورية ، نقول أنها لا دورية ، وحسب أهمية الخمود ، نحصل على الحالات التالية :
ــ النظام تحت الحرج : ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف .
ــ النظام الحرج : حيث يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
ــ النظام فوق الحرج : حيث يستغرق المتذبذب وقتا طويلا لكي يرجع إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .

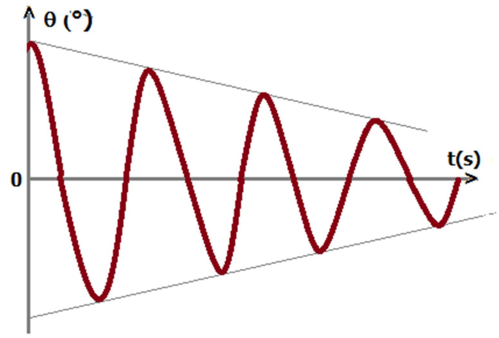


الشكل 4

ملحوظة : لصيانة حركة تذبذبية نوظف بعض الأجهزة الميكانيكية تكمن وظيفتها في تعويض الطاقة المبددة في كل دور . مثال : صيانة ذبذبات شفرة هزاز بواسطة كهرمغنطيس .

ب ــ الخمود بالاحتكاكات الصلبة

مثال النواس الوازن



تكون الاحتكاكات على مستوى محور الدوران " الصلبة " تكون في هذه الحالة ذبذبات النواس شبه دورية ويتناقص وسعها بكيفية خطية . ويساوي شبه الدور للذبذبات الدور الخاص للمتذبذب إذا كان حرا وغير مخمد .

II ـ دراسة ذبذبات المجموعة { جسم صلب ـ نابض }

1 ـ قوة الارتداد التي يطبقها نابض .

الدراسة التجريبية :

*** دراسة المجموعة في حالة توازن**

نعلق بالحامل نابضا ذا صلابة k ، طوله الأصلي ℓ_0

نعلق بالطرف A لنابض كتلة معلمة m ، فيطال النابض حيث يصبح طوله ℓ بحيث ينتقل طرفه الحر بالمسافة $A_0A_{éq}$

1 ـ ذكر بالطريقة العملية لتعيين صلابة النابض .

نغير الكتل المعلمة ، وفي كل حالة نقيس إطالة النابض حيث نحصل على تغيرات توتر النابض بدلالة الإطالة $\Delta\ell$ علما أن $F = mg$ لكون أن الكتلة المعلمة في حالة توازن .

فنحصل على دالة خطية $F = k\times\Delta\ell$ حيث المعامل الموجه يمثل صلابة النابض k

2 ـ أعط بدلالة ℓ,ℓ_0,k ، تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الكتلة المعلمة ، واستنتج تعبير $\vec{F}$ بدلالة k والمتجهة $\overrightarrow{A_0A_{éq}}$. $\vec{F} = -k\times\overrightarrow{A_0A_{éq}}$

*** الدراسة التحريكية للمجموعة**

1 ـ 1 القوى المطبقة على الجسم

$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم (غياب الاحتكاك) ، $\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم وهي قوة ارتداد تسعى إلى إرجاع الجسم إلى موضعه البدئي .

1 ـ2 مميزات قوة الارتداد

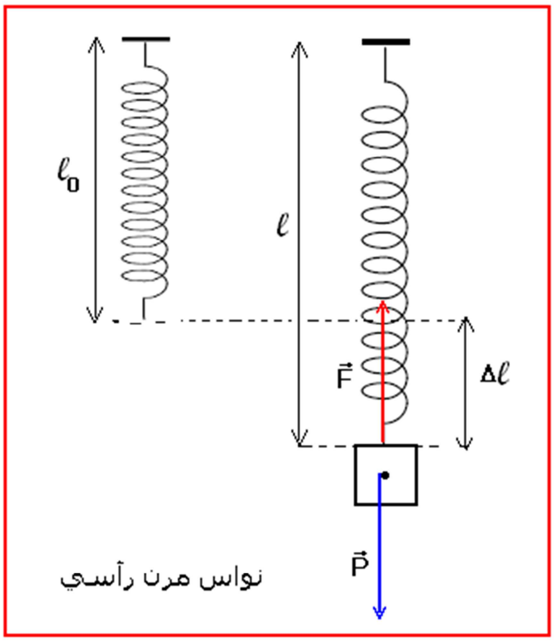
نقطة التأثير : نقطة التماس الجسم والنابض .

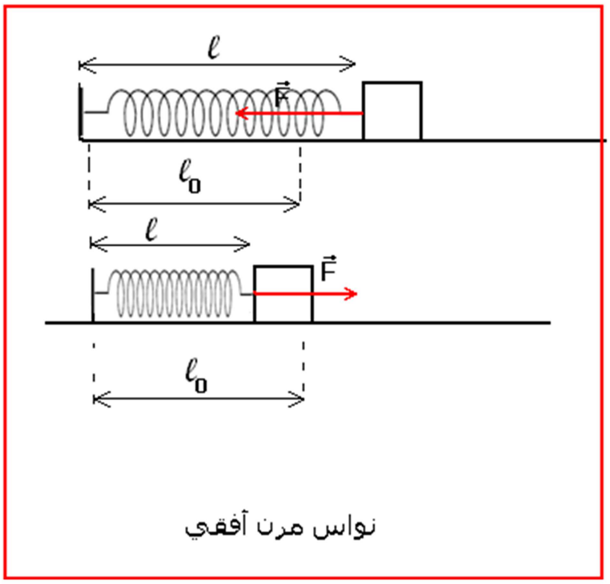
خط التأثير : محور النابض

المنحى : موجه نحو داخل النابض في حالة النابض مطالا ، أو خارجه في حالة النابض مكبوس أو مضغوط .

الشدة : $F = k\Delta\ell = k(\ell - \ell_0)$ حيث k صلابة النابض و $\Delta\ell$ إطالته بالمتر و ℓ_0 طوله البدئي ، ℓ طوله النهائي .

يمكن أن نقرن بإطالة النابض $\Delta\ell$ المتجهة $\overrightarrow{A_0A}$ وهي متجهة انتقال النقطة A بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$.

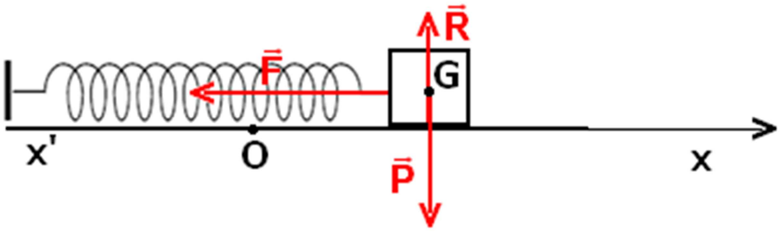




2 ـ المعادلة التفاضلية

نعتبر نواسا أفقيا بحيث ينجز الجسم الصلب (S) ذبذبات حرة وغير مخمدة .

نمعلم G مركز قصور الجسم الصلب بالأفصول x



في معلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ أفقي يطابق أصله G_0 موضع G عند التوازن : $\overline{OG} = x\vec{i}$.
المعلم $\mathcal{R}$ مرتبط بمرجع أرضي باعتباره غاليليا حيث نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) أثناء حركته .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) ذو كتلة m .

القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير المستوى الأفقي على الجسم و $\vec{F}$ قوة الارتداد التي يطبقها النابض على الجسم بحيث أن $\vec{F} = -k\overline{A_0A}$. بما أن الجسم في حركة إزاحة $\overline{A_0A} = \overline{G_0G}$ ومنه فإن $\vec{F} = -kx\vec{i}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$

الإسقاط على $(O,\vec{i})$: $P_x + R_x + F_x = ma_x$ أي أن $-kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$

نستنتج المعادلة التفاضلية من العلاقة السابقة : $kx + m\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0}$

العلاقة : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$ تمثل المعادلة التفاضلية للنواس المرن .

ملحوظة : نفس المعادلة يمكن التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن الرأسي . أنظر التمرين التطبيقي 1

3 ـ حل المعادلة التفاضلية :

لدينا معادلة تفاضلية خطية حلها بصفة عامة هو على الشكل التالي : $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حيث :

$\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$: طور التذبذبات عند اللحظة t وحدته rad .

φ طور الذبذبات عند اللحظة t=0 نعبر عنه ب rad .

x_m وسع الحركة بالمتر (m)

T_0 الدور الخاص للذبذبات ب s

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمية جيبية دالتها الزمنية هي : $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

ـ تحدد قيمتي x_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية .

ـ لدينا : $-1 \le \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \le +1 \Rightarrow -x_m \le x(t) \le +x_m$

4 ـ تعبير الدور الخاص

يحدد تعبير الدور الخاص انطلاقا من المعادلة التفاضلية بحيث نبحث عن الشرط الذي ينبغي توفره لكي تكون الدالة $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة :

لدينا $\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{2\pi}{T_0}x_m \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ و كذلك $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{k}{m}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$$

$$x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)\left(\frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}\right) = 0$$

مهما كانت t أي أن $\left(\frac{k}{m}-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0 \Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

بحيث أن T_0 الدور الخاص للنواس المرن

m كتلة الجسم (S) ب kg و k صلابة النابض ب (N/m)

نعبر كذلك عن التردد الخاص للذبذبات بالعلاقة التالية : $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز . (Hz)

دراسة تجريبية : التحقق من العلاقة $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

نعلق كتلة معلمة بنابض ، ونمعلم موضع النقطة A عند التوازن $A_{éq}$.

نزيح الكتلة المعلمة رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ونحررها بدون سرعة بدئية . بواسطة ميقت يدوي نقيس مدة 10 ذبذبات .

نعيد التجربة 3 مرات بحيث في كل مرة قيمة x_m .

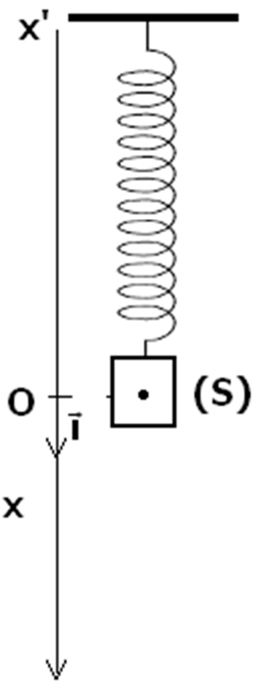
نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير الكتلة في كل مرة مع الاحتفاظ بنفس النابض .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير النابض في كل مرة واستعمال نفس الكتلة المعلمة .

1 ــ لماذا لا نقيس مباشرة ذبذبة واحدة ؟ هل يتعلق الدور الخاص بوسع الحركة ؟

2 ــ ما تأثير كل من كتلة الجسم المعلق و صلابة النابض على الدور الخاص ؟

3 ــ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟



تمرين تطبيقي 1:

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من نابض مرن ذي لفات غير متصلة ، وكتلته مهملة وصلابته $k=10N/m$ ، ومن جسم صلب (S) كتلته $m=200g$. أنظر الشكل

1 ــ اجرد القوى المطبقة على الجسم (S) عندما يكون هذا الأخير في حالى سكون

2 ــ نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه بمسافة $x_m=2cm$ ونحرره بدون سرعة بدئية في لحظة t_0 نعتبرها أصلا للتواريخ .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أكتب التعبير المتجهي للقوى المطبقة على الجسم (S)

3 ــ أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قصور الجسم (S) .

III ــ دراسة ذبذبات نواس اللي

1 ــ مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي .

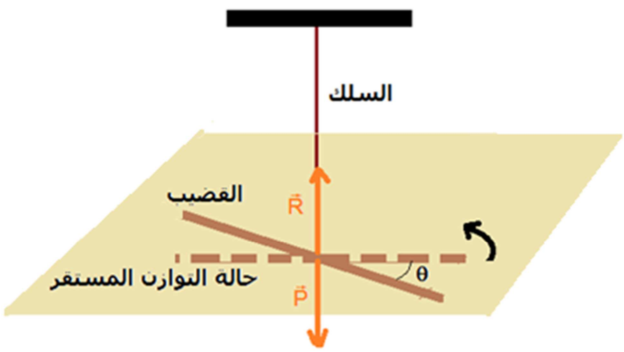
عند تطبيق مزدوجة قوتين على قضيب معلق بسلك ، فإن هذا الأخير يلتوي . وعند حذف المزدوجتين ، يعود السلك إلى موضع توازنه بفعل قوة الارتداد التي تطبقها مولدات السلك على القضيب وموجوع هذه القوى يكون مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي ونرمز لها ب $\mathcal{M}_C$.

عزم هذه المزدوجة مستقل عن المحور ونعبر عنه بالعلاقة التالية : $\mathcal{M}_C=-C.\theta$

بحيث أن C ثابتة لي السلك وحدتها هي $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي ب rad

تتعلق ثابتة اللي بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

2 ــ المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب وحلها .



نعتبر نواس اللي في توازنه المستقر . ندير القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ، ونحرره بدون سرعة بدئية ، فينجز القضيب حركة تذبذبية حرة حول موضع توازنه المستقر .

نعتبر الاحتكاكات مهملة . J_Δ عزم قصور القصيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد بالسلك . و C ثابتة اللي للسلك.

ندرس حركة القضيب في مرجع مرتبط بالأرض والذي نعتبره مرجعا غاليليا ، ونمعلم موضع القضيب بأفصوله الزاوي θ والذي نقيسه بالنسبة لاتجاه مرجعي وهو اتجاه القضيب عند التوازن .

جرد القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}$ وزن القضيب ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القضيب ، ومزدوجة اللي وعزمها هو $\mathcal{M}_C = -C.\theta$.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متطبقان لمحور الدوران فمفعولهما علة دوران القضيب منعدم أي أن عزمهما منعدم . $\mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

وبالتالي تكون المعادلة التفاضلية لحركة القضيب هي : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية شبيهة من ناحية الشكل بالمعادلة التفاضلية التي تم التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن وقياسا على ذلك فإن حلها سيكون على الشكل التالي : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

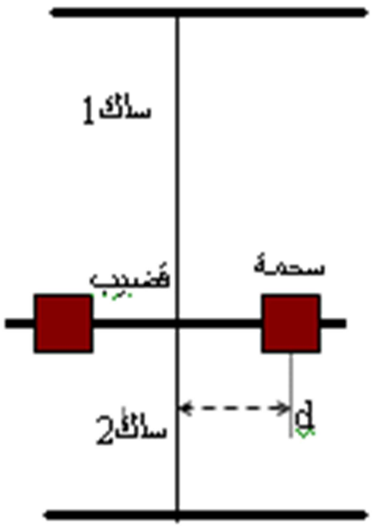
θ_m و φ تتعلقان بالشروط البدئية للحركة .

3 ـ الدور الخاص :

بتعويض حل المحصل عليه في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص للنواس اللي الحر وهو على الشكل التالي :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب (الجسم الصلب) بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه $kg.m^2$ و C ثابتة اللي للسلك نعبر عنها $N.m.rad^{-1}$.

التردد الخاص لنواس اللي هو : $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$



دراسة تجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

الجهاز التجريبي

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه والمتكون من سلكين ثابتة ليهما على التوالي C_1 و C_2 بحيث أن ثابتة اللي المكافئة للسلكين هي $C = C_1 + C_2$

ونعلم أن ثابتة اللي تتعلق بطول السلك ℓ وهي تتناسب عكسيا مع الطول ℓ

قضيب معدني متجانس يحمل في طرفيه سحمتين كتلة كل واحدة منهما هي m عزم قصوره هو $J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب

نزيح القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ونطلقه بدون سرعة بدئية .

نلاحظ : ينجز القضيب حركة تذبذبية دورانية حول موضع توازنه في المستوى المتعامد مع القضيب

<u>1 ـ تأثير عزم قصور القضيب</u>

تجربة : نأخذ سلك ثابتة ليه C ونغير عزم قصوره J'_Δ

$J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$

J_Δ عزم قصور القضيب . m كتلة السحمة أو الجسم المثبت على القضيب

d المسافة بين المحور (Δ) والسحمة .

نغير المسافة d ونقيس الدور الخاص T_0 بواسطة خلية كهر ضوئية مرتبطة بميقات إلكتروني .

نقارن قيم T_0 و J'_Δ ماذا نلاحظ ؟

كلما ازدادت d ازدادت كذلك T_0 أي كلما ازدادت J'_Δ ازدادت T_0

استنتاج : J'_Δ و T_0 يتناسبان أطرادا .

$T_0 = k\sqrt{J'_\Delta}$

<u>2 ـ تأثير ثابتة اللي للسلك .</u>

نثبت عزم قصور القضيب J'_Δ ونغير السلك ـ طوله أو طبيعته ـ

نقارن قيم T_0 و C ماذا نلاحظ ؟

نلاحظ : أنه كلما ازدادت ثابتة اللي للسلك يتناقص الدور الخاص T_0

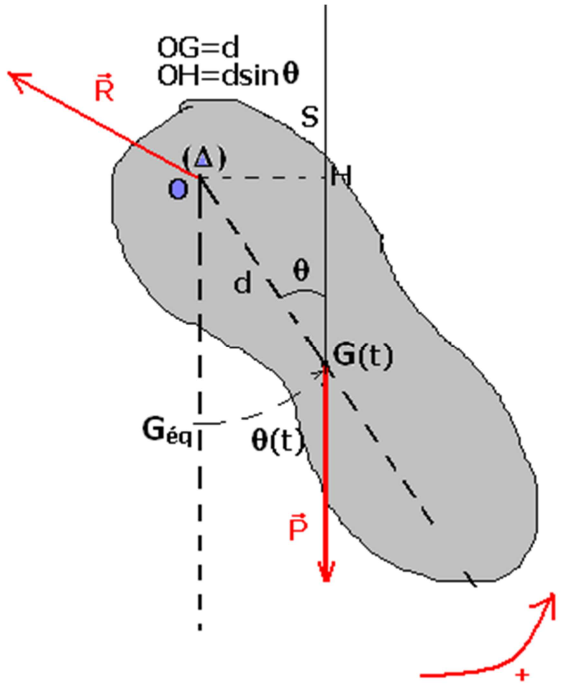
أي أن T_0 وC يتناسبان عكسيا والدراسة الكمية تبين أن : $T_0 = \frac{k'}{\sqrt{C}}$

3 ــ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

IV ــ دراسة ذبذبات النواس الوازن .

1 ــ المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وحلها .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) كتلته m وعزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران (Δ) الأفقي J_Δ .



المعلم : مرتبط بالأرض، المرجع الأرضي ونعتبره غاليليا .

في كل لحظة نمعلم موضع النواس G بالأفصول الزاوي $\theta(t)$

جرد القوى المطبقة على المجموعة :

ــ وزنها $\vec{P}$

ــ تأثير المحور (Δ) على المجموعة $\vec{R}$.

نطبق العلاقة الأساية للتحريك على المجموعة في حالة الدوران

حول المحور (Δ) : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) فإن عزمها

منعدم بالنسبة لهذا المحور : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

وبالتالي : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

لدينا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgd\sin\theta$ أي أن

$$-mgd\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta}+\frac{mgd}{J_\Delta}\sin\theta = 0 \qquad (1)$$

العلاقة التي تم التوصل إليها هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وهي غير خطية وبالتالي فحلها ليس جيبيا .

حالة الذبذبات ذات وسع صغير .

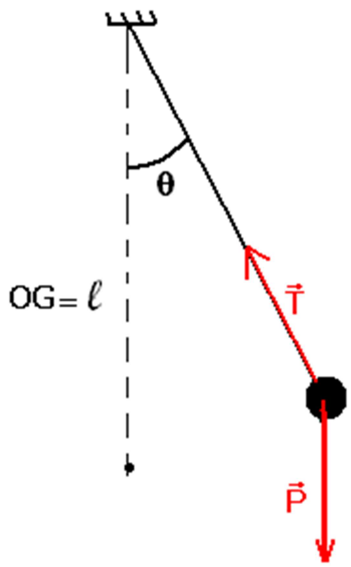
تعتبر الذبذبات ذات وسع صغير إذا كانت $\theta \le 15°$ يعني أن $\theta \le 0,26rad$ في هذه الحالة تكون $\sin\theta \approx \theta$ وتصبح المعادلة التفاضلية

$$\ddot{\theta}+\frac{mgd}{J_\Delta}\theta = 0 \qquad (2)$$

قياسا مع ما سبق نقبل أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

2 ــ الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير .



الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $(kg.m^2)$

d المسافة الفاصلة بين المحور (Δ) ومركز قصور المجموعة المتذبذبة . ب (m)

m كتلة المجموعة ونعبر عنها ب (kg)

g شدة الثقالة (m/s^2) .

تعبير التردد الخاص f_0 لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة غير مخمدة وذات وسع صغير :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{J_\Delta}}$$

3 ــ النواس البسيط

النواس البسيط هو نموذج مثالي للمتذبذب ميكانيكي . وهو حالة خاصة للنواس الوازن حيث :

$d = \ell$ و $J_\Delta = m\ell^2$. في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$

وتقبل هذه المعادلة كحلا لها : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ وتمثل المعادلة الزمنية لحركة النواس البسيط .

تعبير الدور الخاص للنواس البسيط : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ حيث ℓ طول النواس البسيط ب (m) و g شدة مجال الثقالة (m/s^2) .

طول النواس البسيط المتواقت مع النواس البسيط :
نقول أن النواس البسيط متواقت مع النواس الوازن إذا كان لهما نفس الدور
أي أن دور النواس البسيط =دور النواس الوازن .

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}} \Rightarrow \ell = \frac{J_\Delta}{md}$$

٧ ــ ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 ــ الذبذبات القسرية

في الواقع تؤثر الاحتكاكات على حركة المتذبذبات الميكانيكية والتي تؤدي إلى خمود حركتها مع الزمن في حالة ما لم يتم تعويض الطاقة المفقودة من طرف المحيط الخارجي . عكس ذلك تكون حركة المتذبذب مصانة . للحصول على هذا النوع من الذبذبات يتم تجميع المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة . يسمى هذا الأخير بالمثير وهو مجموعة ذات حركة جيبية تفرض دورها T_e على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان ، فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها T_0 .

التمرين التجريبي 1 :

يتكون نواس بسيط P_1 من خيط غير قابل للامتداد طوله ℓ_1 ثبت في طرفه كرية كتلتها m_1 . نواس ثاني P_2 يتكون كذلك من خيط غير قابل الامتداد طوله متغير ℓ ، ثبت في طرفه كرة كتلتها m_2 أكبر من m_1. النواسين P_1 و P_2 مرتبطين بنابض (أنظر الشكل)

نزيح النواس P_2 عن موضع توازنه ونحرره بدون سرعة بدئية .

يمكِّن جهاز معلوماتي من تسجيل قيمة الوسع θ_m للنواس P_1 بدلالة التردد f_2 للحركة التذبذبية للنواس P_2 .

نعيد هذه التجربة عدة مرات وفي كل مرة نغير الطول ℓ للنواس P_2 فنحصل على النتائج التالية :

$f_2(Hz)$	0,70	0,74	0,79	0,84	0,91	1,00	1,11	1,29
$\theta_m(°)$	13	14	16	20	30	20	15	14

1 ــ حدد في هذه التجربة المثير والرنان .

2 ــ أكتب تعبير تردد التذبذبات للنواس P_1 .

3 ــ مثل المنحنى $\theta_m = g(f_2)$

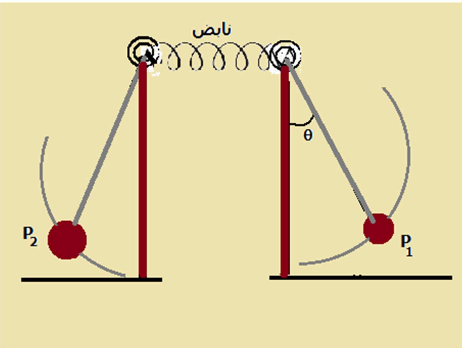
4 ــ ما هي الظاهرة التي تبرز خلال هذه التجربة بالنسبة لتردد f_0 ؟

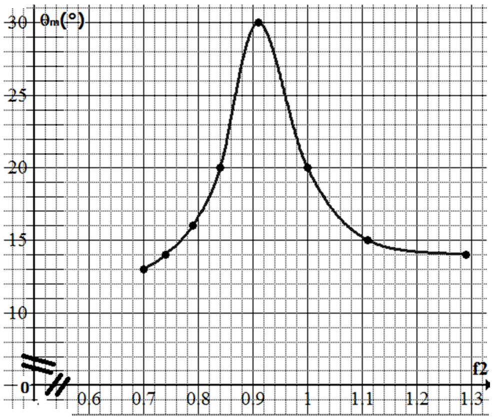
5 ــ عين قيمة f_0

6 ــ أحسب الطول ℓ_1 للنواس P_1

7 ــ نضيف جهاز لخمود التذبذبات إلى النواس P_1 ما هو التغير المعاين على الظاهرة الملاحظة ؟

نعطي $g = 9,81 m/s^2$.





الجواب :

1 ــ المثير : P_2 والرنان : P_1

2 ــ النواس P_1 بسيط : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

3 ــ المنحنى : $\theta_m = g(f_2)$ (أنظر الشكل)

4 ــ الظاهرة التي تبرزها هذه التجربة عندما تأخذ $f_2 = f_0$ هي ظاهرة الرنين الميكانيكي

5 ــ $f_0 = 0,91Hz$ حيث θ_m تأخذ قيمة قصوية $30°$

6 ــ حساب الطول ℓ_1 للنواس P_1 :

عند الرنين : $f_0 = f_1$ أي أن $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell_1}}$ ومنه فإن $\ell_1 = \frac{g}{4\pi^2 f_0^2} = 0,30m$

7 ـ عند إضافة جهاز لخمود الذبذبات أي يصبح خمود
الرنان قويا ويأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين
قيمة صغيرة نقول في هذه الحالة أن الرنين ضبابي .

تعريف بالرنين الميكانيكي :

تحدث ظاهرة الرنين الميكانيكي عندما يقارب الدور T_e **لذبذبات الرنان دوره الخاص** T_0 **:** $T_e \simeq T_0$

تأثير الخمود على الرنين : في حالة الخمود الضعيف للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة كبيرة ، نقول أن الرنين حادا .

في حالة الخمود القوي للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة صغير ، نقول إن الرنين ضبابي