المظاهر الطاقية

(خاص بمسلكي ع.رياضية وع.فيزيائية)

تذكير: - شغل قوة ثابتة خلال انتقال مستقيمي يساوي الجداء السلمي لمتجهة القوة ومتجهة انتقال نقطة تأثيرها.

$$W\vec{F}_{A\to B} = \vec{F}.\vec{AB} = F.AB.\cos\alpha \quad \text{مع :} \quad \alpha = (\widehat{\vec{F},\vec{AB}})$$

-وحدة الشغل $W\vec{F}_{A\to B}$ في النظام العالمي للوحدات هي الجول الذي نرمز إليه ب: (J)

- وحدة شدة القوة F النيوتن (N) ووحدة المسافة AB المتر (m) .

- مبرهنة الطاقة الحركية :

في معلم غاليلي ، تغير الطاقة الحركية لجسم صلب ، في حركة إزاحية أو في حالة دوران حول محور ثابت ، بين لحظتين يساوي مجموع أشغال القوى المطبقة عليه بين هاتين اللحظتين.

$$\Delta E_c = \Sigma W\vec{F} \qquad \Delta Ec = Ec_f - Ec_i$$

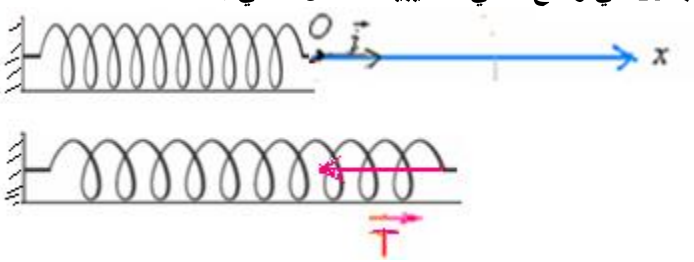
ملحوظة : الطاقة الميكانيكية لجسم صلب تساوي في كل لحظة مجموع طاقة وضعه و طاقته الحركية.

-في حالة غياب الاحتكاكات تنحفظ الطاقة الميكانيكية .

I ـ الدراسة الطاقية للنواس المرن :

1) شغل قوة مقرونة بتوتر نابض :

نعتبر نابضا ذي لفات غير متصلة صلابته K في وضع أفقي كما يبينه الشكل التالي :



نجذب النابض أفقيا بمسافة x_m ثم نحرره فتصبح له حركة تذبذبية حول موضع التوازن .

لتكن $\vec{T}$ القوة المقرونة بتوتر النابض خلال الحركة التذبذبية . لدينا : $\vec{T} = -K.x.\vec{i}$ قوة ارتداد. (هذه القوة غير ثابتة .)

الشغل الجزئي δW للقوة المطبقة من طرف النابض خلال انتقال جزئي $\vec{\delta\ell} = \delta x.\vec{i}$ هو :

$\delta W = \vec{F}.\vec{\delta\ell} = -K.x.\vec{i}.\delta x.\vec{i} = -K.x..\delta x.$ إذن : $\delta W = -K.x..\delta x.$

وبما أن الشغل الكلي يساوي مجموع الأشغال الجزئية فإن شغل القوة $\vec{T}$ المقرونة بتوتر النابض خلال انتقال نقطة تاثيرها من نقطة M_1 ذات الأفصول x_1 إلى نقطة M_2 ذات الأفصول x_2 نحصل عليه باستعمال الحساب التكاملي بحيث : $dW = -K.x..dx.$

$$W\vec{T}_{M_1 \to M_2} = \int_{x_1}^{x_2} -K.x.dx = -K\int_{x_1}^{x_2} x.dx = K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}.K(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}K(x_1^2 - x_2^2)$$

2) الدراسة الطاقية للنواس المرن.

أ) طاقة الوضع المرنة :

طاقة الوضع المرنة للنواس المرن هي الطاقة التي تمتلكها المجموعة جراء تشويه النابض وتعطيها العلاقة التالية:

$$Epe = \frac{1}{2}K.x^2 + c^{te}$$

حيث: K صلابة النابض. x :إطالته.

والثابتة c^{te} تحدد قيمتها باستعمال الحالة المرجعية .

وعمليا نختار كحالة المرجعية $Epe = 0$ عندما يكون النابض غير مشوها أي عند $x = 0$.

بالتعويض في التعبير السابق نحصل على $c^{te} = 0$.

وبالتالي يعبر عن طاقة الوضع للنواس المرن بالعلاقة : $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2$ باعتبار $E_{pe} = 0$ عند $x = 0$.

ملحوظة1: تغير طاقة الوضع المرنة لا يتعلق بالحالة المرجعية :

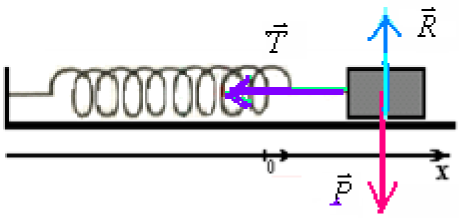
في الموضع x_1 لدينا : $Ep_1 = \frac{1}{2}k.x_1 + C$

في الموضع x_2 لدينا : $Ep_2 = \frac{1}{2}k.x_2 + C$

وتغير طاقة الوضع : $\Delta Ep = Ep_2 - Ep_1 = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)$

ب)انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

نعتبر النواس المرن الأفقي خلال حركته التذبذبية .



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المجموعة خلال انتقال الجسم S من الموضع x_1 إلى الموضع x_2 .

$$\Delta Ec = W\vec{P} + W\vec{R} + W\vec{T}$$

$W\vec{R} = 0$ و $W\vec{P} = 0$ لأنهما متعامدتان مع اتجاه الحركة.

إذن: $\Delta Ec = W\vec{T}$ ولدينا : $W\vec{T}_{A\to B} = \frac{1}{2}.K(x_1{}^2 - x_2{}^2) = -\Delta E_{pe}$ إذن العلاقة (1) تصبح. $\Delta Ec = -\Delta E_{pe}$

أي : $E_{c2} - E_{c1} = E_{p1} - E_{P2} \Leftarrow$ $E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$

أي : $E_{M1} = E_{M2}$ وبالتالي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ بين الموضعين 1و2.

وبما أن الطاقة الميكانيكية : $E_M = Ec + Epe = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.k.x^2$ مع: $Epe = 0$ عند $x = 0$

إذا كانت الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة أي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ. $E_M = C^{te}$

إذن: $\frac{dE_M}{dt} = 0 \Leftarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.K.x^2) = 0 \Leftarrow \frac{1}{2}.m(2.v.\frac{dv}{dt}) + \frac{1}{2}.K.(2.x.\frac{dx}{dt}) = 0 \Leftarrow$

$m.\dot{x}.\ddot{x} + k.x.\dot{x} = 0 \Leftarrow$ $m.\ddot{x} + k.x = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة، مع: $\omega_0{}^2 = \frac{K}{m}$

ج)مخططات الطاقة:

وبما أن حل المعادلة التفاضلية $m.\ddot{x} + k.x = 0$ هو دالة جيبية تكتب كما يلي : $x = x_m \cos(\omega_o.t + \varphi)$ مع : $\omega_o = \frac{2.\pi}{T_o}$

فإن: $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2 = \frac{1}{2}.K.x^2{}_m.\cos^2(\omega_o.t + \varphi)$

و: $E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.mx_m{}^2.\omega_o{}^2.\sin^2(\omega_o.t + \varphi)$

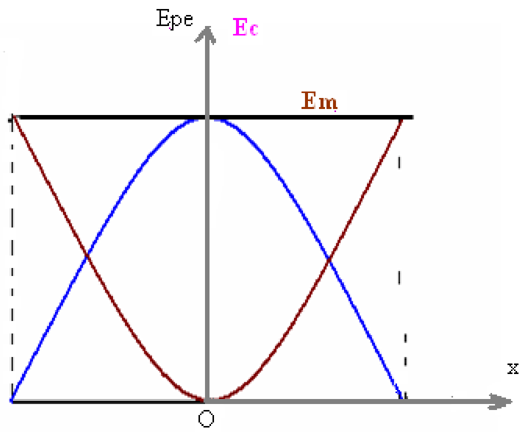
إذن: $E_m = E_{pt} + E_C = \frac{1}{2}K.x_m{}^2.\cos^2(\omega_o.t + \varphi) + \frac{1}{2}.m.x_m{}^2\omega_0{}^2\sin^2(\omega_o.t + \varphi)$

نعوض $\omega_0{}^2 = \frac{K}{m}$

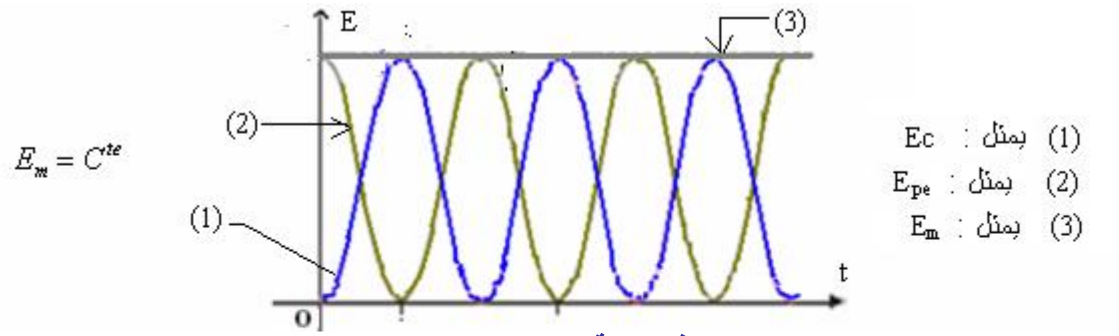
فنحصل على : $E_m = \frac{1}{2}K.x_m{}^2\left[\cos^2(\omega_o.t + \varphi) + \sin^2(\omega_o.t + \varphi)\right] = \frac{1}{2}.K.x_m{}^2$

$$E_m = \frac{1}{2}.K.x_m{}^2 = C^{te}$$

يمكن تمثيل تغيرات E_{pe} وE_c وE_m بدلالة x .

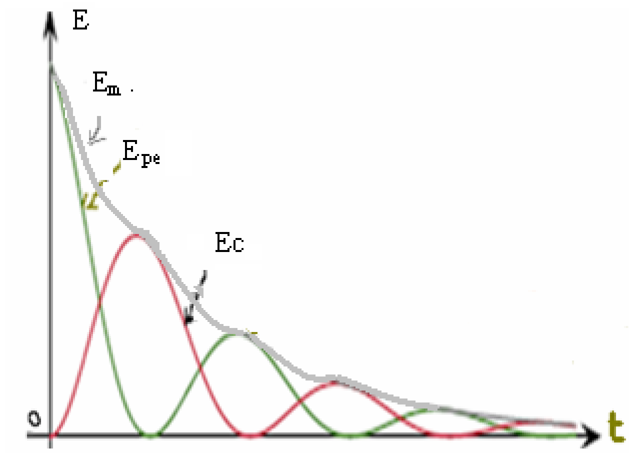


ويمكن تمثيل تغيرات E_{pe} و E_c و E_m بالدلالة الزمن.



ج) في حالة وجود الاحتكاكات:

في حالة وجود الاحتكاكات يتناقص وسع التذبذبات تدريجيا وبذلك الطاقة الميكانيكية للمجموعة تتناقص مع مرور الزمن إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة.



III الدراسة الطاقية لنواس اللي :

1) الطاقة الحركية للمجموعة:

تنحصر الطاقة الحركية لنواس اللي في الطاقة الحركية للقضيب $Ec = \frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2$ مع(J_{Δ} عزم قصور القضيب و $\dot{\theta}$ سرعته الزاوية)

2) طاقة الوضع للي :

طاقة الوضع للي تعطيها العلاقة التالية : $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + C^{te}$

عادة نأخذ كحالة مرجعية $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$ وبذلك تكون $C^{te} = 0$.

وبالتالي: $E_{pt} = \frac{1}{2}C.\theta^2$

3) الطاقة الميكانيكية للمجموعة :

باعتبار كحالة مرجعية $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$ ، يكون تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي كما يلي:

$$E_m = \frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$

إذا كانت الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة أي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تنحفظ. $E_M = C^{te}$

إذن: $\frac{dE_M}{dt} = 0$ $\Leftarrow$ $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2) = 0$ $\Leftarrow$ $\frac{1}{2}.J_\Delta(2.\dot{\theta}.\frac{d\theta}{dt}) + \frac{1}{2}.C.(2.\theta.\frac{d\theta}{dt}) = 0$ $\Leftarrow$

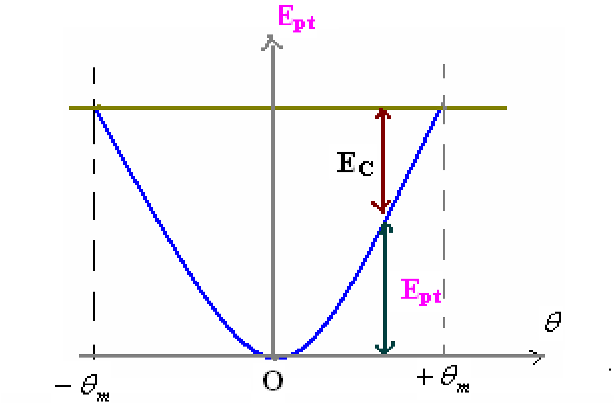
$J_\Delta.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + C.\theta.\dot{\theta} = 0$ $\Leftarrow$ $J_\Delta.\ddot{\theta} + C.\theta = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة. $\omega_o^2 = \frac{C}{J_\Delta}$

الحل هو كمايلي : $\theta = \theta_m \cos(\omega_o.t + \varphi)$

إذن الطاقة الميكانيكية : $E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$

بتعويض θ و $\dot{\theta}$ و $\omega_o^2 = \frac{C}{J_\Delta}$ في العلاقة أعلاه ، نحصل على : $E_m = \frac{1}{2}.C.\dot{\theta}_m^2 = C^{te}$

يمكن تمثيل $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$ هو عبارة عن منحنى شلجمي.



IV الدراسة الطاقية للنواس الوازن :

1) الطاقة الحركية للمجموعة:

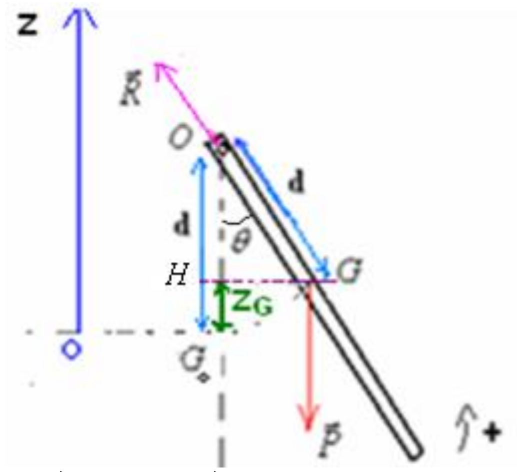
الطاقة الحركية للنواس الوازن في $Ec = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$ مع(J_Δ عزم قصور النواس الوازن و$\dot{\theta}$ سرعته الزاوية)

2) طاقة الوضع الثقالية للمجموعة:

طاقة الثقالية للنواس الوازن تعطيها العلاقة التالية : $E_{pp} = m.g.z + C^{te}$

عادة نأخذ كحالة مرجعية $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$ وبذلك تكون $C^{te} = 0$.

وبالتالي: $E_{pp} = m.gz$



عندما يكون النواس مُزاحا بزاويةθ عن موضع توازنه المستقر ، تكون طاقة وضعه الثقالية : $E_{pp} = m.gz_G$

$z_G = d - OH = d - d\cos\theta = d(1-\cos\theta)$

ومنه : $E_{pp} = m.gd(1-\cos\theta)$ عبارة عن دالة جيبية مع : $-\theta_m \le \theta \le +\theta_m$

نشير على وجود حالتين ممكنتين :

الحالة الاولى: إذا كانت $E_m > 2mgd$ الطاقة الحركية للمجموعة لا تنعدم أي النواس الوازن لا يتذبذب بل يدور باستمرار في نفس . المجموعة في هذه الحالة ليست بمتذبذب ميكانيكي.

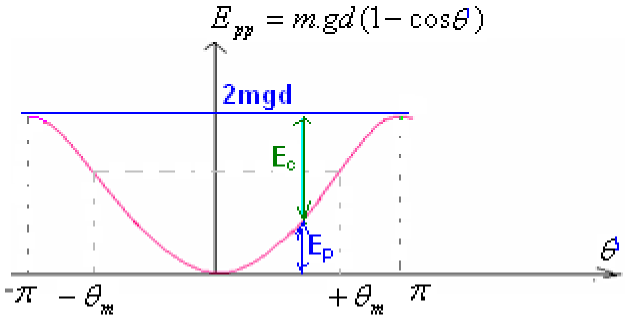
الحالة الثانية: إذا كانت $E_m < 2mgd$ تنعدم الطاقة الحركية للنواس عند $\theta = \pm\theta_m$ وبذلك يتذبذب بشكل دوري.

3) الطاقة الميكانيكية للمجموعة:

$$E_m = Ec + E_{pp}$$

$$...... = \frac{1}{2} J_\Delta . \dot{\theta}^2 + mgz + C^{te}$$

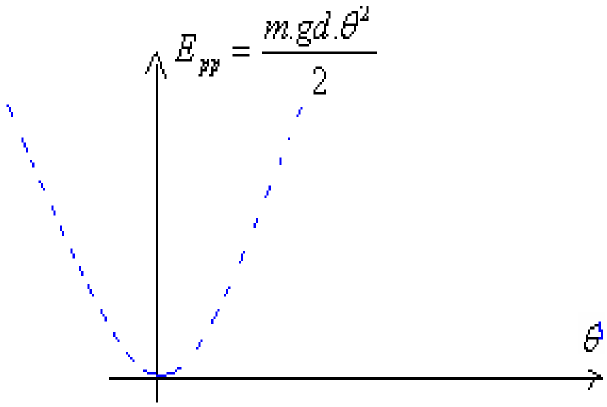
4) مخططات الطاقة:



طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن : $E_{pp} = m.gd(1-\cos\theta)$

بالنسبة للتذبذبات الصغيرة حيث تكون $\theta \leq 15°$ ، **يمكننا أن نكتب بتقدير مقبول** $1-\cos\theta = \frac{\theta^2}{2}$.

تصبح : $E_{pp} = \frac{m.gd.\theta^2}{2}$. **وفي هذه الحالة المنحنى الممثل لتغيرات طاقة الوضع بدلالة** θ **عبارة عن منحنى شلجمي.**



التوجيهات:

- يذكر بتعاريف الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية والطاقة الميكانيكية ومبرهنة الطاقة الحركية وانحفاظ الطاقة الميكانيكية كتعلمات أساسية مكتسبة في المستوى الدراسي السابق.
- يعبر عن الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة مطبقة على جسم في حالة انتقال غير مستقيمي.
- يتوصل نظريا (مبيانيا وعن طريق التكامل) إلى تعبير شغل قوة خارجية مطبقة على نابض.
- يتوصل إلى تعبير طاقة الوضع المرنة $E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2 + cte$ وتبرز ضرورة تحديد الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة.
- يستحسن استثمار التسجيلات المنجزة أثناء دراسة المتذبذب (جسم صلب – نابض) للتوصل إلى انحفاظ طاقته في الحالة التي يكون فيها الجسم الصلب في حركة فوق مستوى أفقي.
- يتوصل إلى شغل مزدوجة اللي وطاقة الوضع للي بإتباع نفس الطريقة المعتمدة بالنسبة للمجموعة (جسم صلب ـــ نابض).
- يتم استغلال تعبير طاقة الوضع للي وتعبير الطاقة الحركية في حالة الدوران حول محور ثابت لتحديد الطاقة الميكانيكية لنواس اللي، ويتطرق في حالة انحفاظ الطاقة الميكانيكية إلى تحول الطاقة الحركية إلى طاقة الوضع والعكس.

لا تنسونا من صالح دعائكم ونسأل الله لكم العون والتوفيق.

Pour toutes vos observations contactez moi

pr.SBIRO Abdelkrim