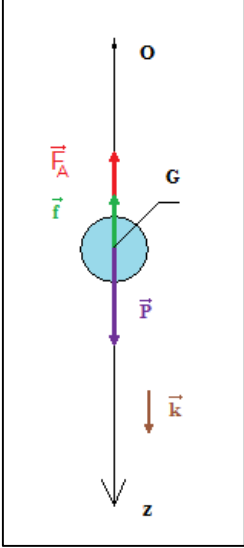


السقوط الرأسي بالإحتكاك

(خاص بالعلوم الفيزيائية والرياضية)



I- القوى المطبقة على جسم من طرف مائع :

القوى المطبقة من طرف مائع :

- الجسم المغمور في مائع يخضع لثلاث قوى :
- قوة الثقالة أو وزن الجسم \vec{P} .
- دافعة أرخميدس \vec{F}_A .
- قوة الاحتكاك المائع \vec{f} .

1-قوة الثقالة :

تخضع الأجسام في مجال الثقالة الى قوة الثقالة ، وهي القوة المطبقة عليها من طرف الأرض وتسمى بالوزن \vec{P} . $\vec{P} = m\vec{g}$. اتجاهها رأسي ومنحاهها نحو الأسفل وشدتها :

$$P = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$$

- m كتلة الجسم (kg)
- ρ كثافته الحجمية ($kg \cdot m^{-3}$)
- V حجمه (m^3)
- g شدة الثقالة ($N \cdot kg^{-1}$)

2-دافعة أرخميدس :

يخضع كل جسم مغمور في مائع لقوة تماس ضاغطة تسمى دافعة أرخميدس ، اتجاهها رأسي ومنحاهها نحو الأعلى ، شدتها تساوي وزن المائع المزاح . $\vec{F}_A = -\rho_0 \cdot V \cdot \vec{g}$

$$F_A = \rho_0 \cdot V \cdot g$$

- F_A دافعة أرخميدس (N)
- ρ_0 الكثافة الحجمية للمائع ($kg \cdot m^{-3}$)
- V حجم الجسم المغمور (m^3)
- g شدة الثقالة ($N \cdot kg^{-1}$)

3-قوة الاحتكاك المائع :

تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم المغمور داخله قوة وحيدة \vec{f} تسمى قوة الاحتكاك المائع تطبق في مركز القصور G للجسم ومنحاهها معاكس لمتجهة السرعة : $\vec{f} = -k\vec{v}^n$ منظمها : $f = k \cdot v^n$

- $n = 1$ في حالة السرعة صغيرة.
- $n = 2$ في حالة السرعة كبيرة .
- k تتعلق بنوعية المائع وبشكل الجسم .

ملحوظة :

لمقارنة وزن الجسم أمام دافعة أرخميدس نحدد النسبة :

$$\frac{F_A}{P} = \frac{\rho_0 \cdot V \cdot g}{\rho \cdot V \cdot g} = \frac{\rho_0}{\rho}$$
 في حالة $\rho_0 \ll \rho$ نهمل دافعة أرخميدس أمام وزن الجسم .

II-السقوط الرأسي باحتكاك :

1-المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة {الكرة}

جرد القوى : تخضع الكرة للقوى التالية :

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad \text{وزنها} \quad \vec{P}$$

$$\vec{F}_A = -\rho_0 \cdot V \cdot \vec{g} \quad \text{دافعة أرخميدس} \quad \vec{F}_A$$

$$\vec{f} = -k\vec{v}^n \quad \text{قوة الاحتكاك المائع} \quad \vec{f}$$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة :

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$m\vec{g} - \rho_0 \cdot V \cdot \vec{g} - k\vec{v}^n = m \cdot \vec{a}_G$$

نسقط العلاقة على المحور oz :

$$mg - \rho_0 Vg - kv^n = ma$$

التسارع يكتب $a = \frac{dv}{dt}$ تكتب :

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_0 V}{m} \right) - \frac{k}{m} v^n$$

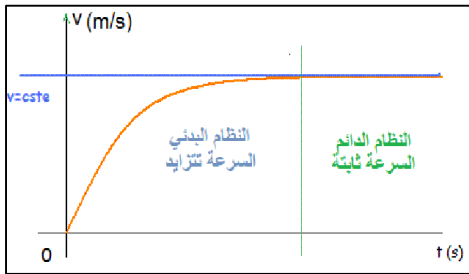
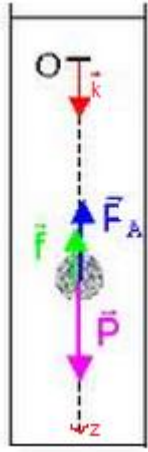
المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\begin{cases} A = \frac{k}{m} \\ B = g \left(1 - \frac{\rho_0 V}{m} \right) \end{cases} \quad \text{مع} \quad \frac{dv}{dt} + Av^n = B$$

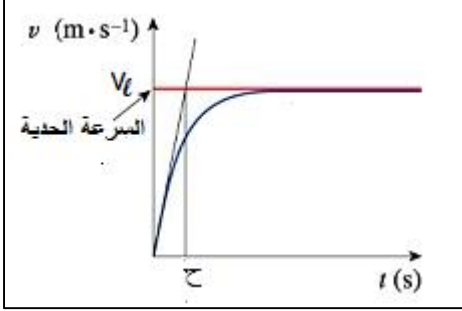
2-المقادير المميزة للحركة :

2.1-النظام الإنتقالي والنظام الدائم :

في البداية تتزايد سرعة الكرة الى أن تبلغ قيمة ثابتة تسمى السرعة الحدية v_p فتخضع حركة الكرة الى نظام يسمى النظام الدائم حيث تكون حركتها مستقيمة منتظمة .
 في النظام الانتقالي تكون حركة الكرة مستقيمة متغيرة .



2.2- السرعة الحدية v_ℓ :



نحددها مبيانيا باستغلال مخطط السرعة أنظر الشكل جانبه .
يمكن تحديدها باستعمال المعادلة التفاضلية :

$$\text{عند } v = v_\ell \text{ لدينا } \frac{dv}{dt} = 0 \text{ أي: } Av_\ell^n = B$$

$$v_\ell = \sqrt[n]{\frac{B}{A}} = \left[\frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_0 V}{m} \right) \right]^{\frac{1}{n}}$$

2.3- التسارع البدئي a_0 :

مبيانيا تساوي المعامل الموجه لمماس منحنى مخطط السرعة
عند أصل التواريخ .

يمكن استعمال المعادلة التفاضلية باعتبار $v_0 = 0$ نكتب :

$$a_0 = B = g \left(1 - \frac{\rho_0 V}{m} \right)$$

2.4- الزمن المميز τ للحركة :

يمثل مبيانيا نقطة أفصول نقطة تقاطع مماس منحنى مخطط السرعة عند اللحظة $t = 0$ مع
المقارب الأفقي .

$$\text{يمكن استعمال العلاقة : } a_0 = \frac{v_\ell}{\tau} \text{ أي: } \tau = \frac{v_\ell}{a_0}$$

3- حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير :

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية . ويستوجب استعمال هذه
الطريقة معرفة قيمة السرعة البدئية v_0 لمركز قصور الجسم في اللحظة $t=0$.

المرحلة الأولى :

بمعرفة قيمة السرعة البدئية v_0 نحسب التسارع البدئي a_0 باستعمال المعادلة التفاضلية :

$$a_0 = B - Av_0^n \leftarrow a_i = B - Av_i^n$$

المرحلة الثانية :

نحسب السرعة v_1 عند اللحظة t_1 حيث : $t_1 = t_0 + \Delta t$ نسمي Δt خطوة الحساب .

$$v_1 = v_0 + a_0 \Delta t \leftarrow v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$$

نكرر العمليتان لحساب a_1 باستعمال المعادلة التفاضلية و v_2 علاقة أولير .

ملحوظة :

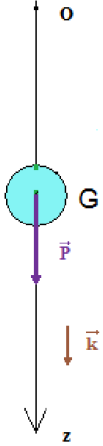
اختبار خطوة الحساب Δt يكتسي أهمية بالغة في طريقة أولير ، فكلما كانت قيمة Δt صغيرة كلما
كانت النتائج النظرية قريبة من النتائج التجريبية .
إذا كان هناك تطابق بين المنحنى التجريبي ومنحنى أولير النموذج الصحيح لقوة الاحتكاك الذي تم
اختياره صحيحا ($f = kv$ أو $f = kv^2$).

III-السقوط الحر :

1-تعريف :

يعتبر الجسم في سقوط حر إذا كان خاضعا لونه فقط.

2-دراسة السقوط الحر لجسم :



- المجموعة المدروسة {الكرية}
- جرد القوى : تخضع الكرية لوزنها \vec{P} فقط حيث : $\vec{P} = m\vec{g}$
- نختار المعلم (Oz) موجهها نحو الأسفل .
- تطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} = m\vec{a}_G$ أي : $m\vec{a}_G = m\vec{g}$
 $\vec{a}_G = \vec{g}$
- الإسقاط على المحور (Oz)

المعادلة التفاضلية للسقوط الحر :

$$\frac{dv}{dt} = g$$

المعادلات الزمنية :

$$\begin{cases} a = g = cte : \text{التسارع} \\ v = gt + v_0 : \text{السرعة} \\ z = \frac{1}{2}gt^2 : \text{الأنسوب} \end{cases}$$

