

La chute verticale d'un solide – السقوط الرأسي لجسم صلب

I- القوى المطبقة على جسم في حركة داخل مائع

خلال حركة جسم في مائع فإنه يخضع الى القوى التالية :



⊗ وزن الجسم \vec{P}

الاصل : مركز ثقل الجسم
الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم و مركز قصور الارض
المنحى : نحو مركز الارض .
الشدة : $P=m.g$ حيث g شدة مجال الثقالة و m كتلة الجسم

⊗ دافعة أرخميدس : \vec{F}_A

الاصل : مركز ثقل الجزء المغمور من الجسم
الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم
المنحى : من الاسفل نحو الاعلى.
الشدة : $F_A = \rho_f \cdot V \cdot g$ حيث ρ_f الكتلة الحجمية للمائع بـ Kg/m^3 و V الحجم المزاح للمائع الذي يوافق حجم الجسم الصلب المغمور بـ m^3 و g شدة مجال الثقالة بـ m/s^2 .

⊗ قوى احتكاك المائع : \vec{f}

الاصل : مركز ثقل الجسم
الاتجاه : اتجاه متجهة السرعة
المنحى : معاكس لمنحى متجهة السرعة أي دائما معاكس لمنحى الحركة
الشدة : تعطى بالعلاقة $f = k \cdot v^n$ حيث :
 k : ثابتة تتعلق بطبيعة المائع و بشكل الجسم .
إذا كانت v صغيرة ، نأخذ $n=1$ أي $f = k \cdot v$ (k : تتعلق بلزوجة المائع)
إذا كانت v كبيرة ، نأخذ $n=2$ أي $f = k \cdot v^2$ (k : لا تتعلق بلزوجة المائع بل تتعلق بكتلته الحجمية)

II- السقوط الرأسي باحتكاك

عند اللحظة ($t=0$) نحرر الكرة من النقطة O تتطبق على مركز قصورها G . توجد النقطة O على ارتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب شاقولي

⊗ المعادلة التفاضلية

⊗ جرد القوى و تمثيلها

وزن الجسم \vec{P}

دافعة أرخميدس : \vec{F}_A

قوى احتكاك المائع : \vec{f}

⊗ كتابة القوى في المعلم

$$\vec{p} = p \cdot \vec{k} = m \cdot g \cdot \vec{k}$$

$$\vec{f} = -f \vec{k} = -k \cdot v^n \cdot \vec{k}$$

$$\vec{F}_A = -F_A \vec{k} = -\rho_f \cdot V \cdot g \cdot \vec{k}$$

⊗ تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك

$$m \cdot g \cdot \vec{k} - K \cdot v^n \vec{k} - \rho_f \cdot V \cdot g \cdot \vec{k} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{أي} \quad \vec{p} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور ($0; \vec{k}$) : $m \cdot g - K \cdot v^n - \rho_f \cdot V \cdot g = m \cdot a_G$

التفاضلية التي تحققها سرعة مركز قصور الكرة : $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} v^n + g - \frac{\rho_f V \cdot g}{m}$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^n \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{dv}{dt} \\ A = g - \frac{\rho_f V \cdot g}{m} \\ B = \frac{k}{m} \end{cases} \quad \text{نضع :}$$

⊗ حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير :

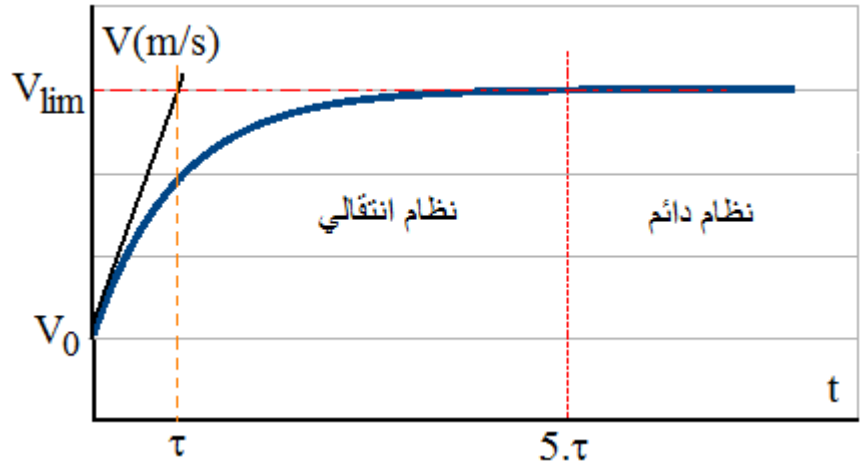
طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية . ويستوجب استعمال هذه الطريقة استعمال العلاقات التالية

السرعة v_i	التسارع a_i	اللحظة t_i
حسب تعبير التسارع $a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}$ $v_{i+1} = a_i \cdot \Delta t + v_i$	من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = A - B \cdot v_i^n$	$t_{i+1} = t_i + \Delta t$ حيث Δt تمثل خطوة الحساب

بمعرفة قيمة السرعة البدئية v_0 لمركز قصور الجسم في اللحظة $t=0$.

	a_i		v_i		t_i	المرحلة i
①	$a_0 = A - B \cdot v_0^n$	①	v_0		$t_0 = 0$	0
③	$a_1 = A - B \cdot v_1^n$	②	$v_1 = a_0 \cdot \Delta t + v_0$		$t_1 = t_0 + \Delta t$	1
⑤	$a_2 = A - B \cdot v_2^n$	④	$v_2 = a_1 \cdot \Delta t + v_1$		$t_2 = t_1 + \Delta t$	2
⑦	$a_3 = A - B \cdot v_3^n$	⑥	$v_3 = a_2 \cdot \Delta t + v_2$		$t_3 = t_2 + \Delta t$	3
⑨	$a_4 = A - B \cdot v_4^n$	⑧	$v_4 = a_3 \cdot \Delta t + v_3$		$t_4 = t_3 + \Delta t$	4
	$a_5 = A - B \cdot v_5^n$	⑩	$v_5 = a_4 \cdot \Delta t + v_4$		$t_5 = t_4 + \Delta t$	5

✕ مخطط السرعة بدلالة الزمن



✕ المقادير المميزة للحركة

✓ التسارع البدئي : عند اللحظة $t=0$: $a_0 = -\frac{k}{m} v_0^n + g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$
 في حالة $v_0 = 0$: $a_0 = g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$

✓ السرعة الحدية و هي قيمة ثابتة تصل اليها سرعة مركز قصور الجسم نرمز لها بـ v_{lim} :
 $\frac{dv_{lim}}{dt} = 0 = -\frac{k}{m} v_{lim}^n + g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$

نستنتج : $v_{lim}^n = \frac{m}{k} (g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m})$
 $v_{lim} = \sqrt[n]{\frac{m}{k} (g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m})}$

✓ الزمن المميز (ثابتة الزمن) : $\tau = \frac{v_{lim} - v_0}{a_0}$